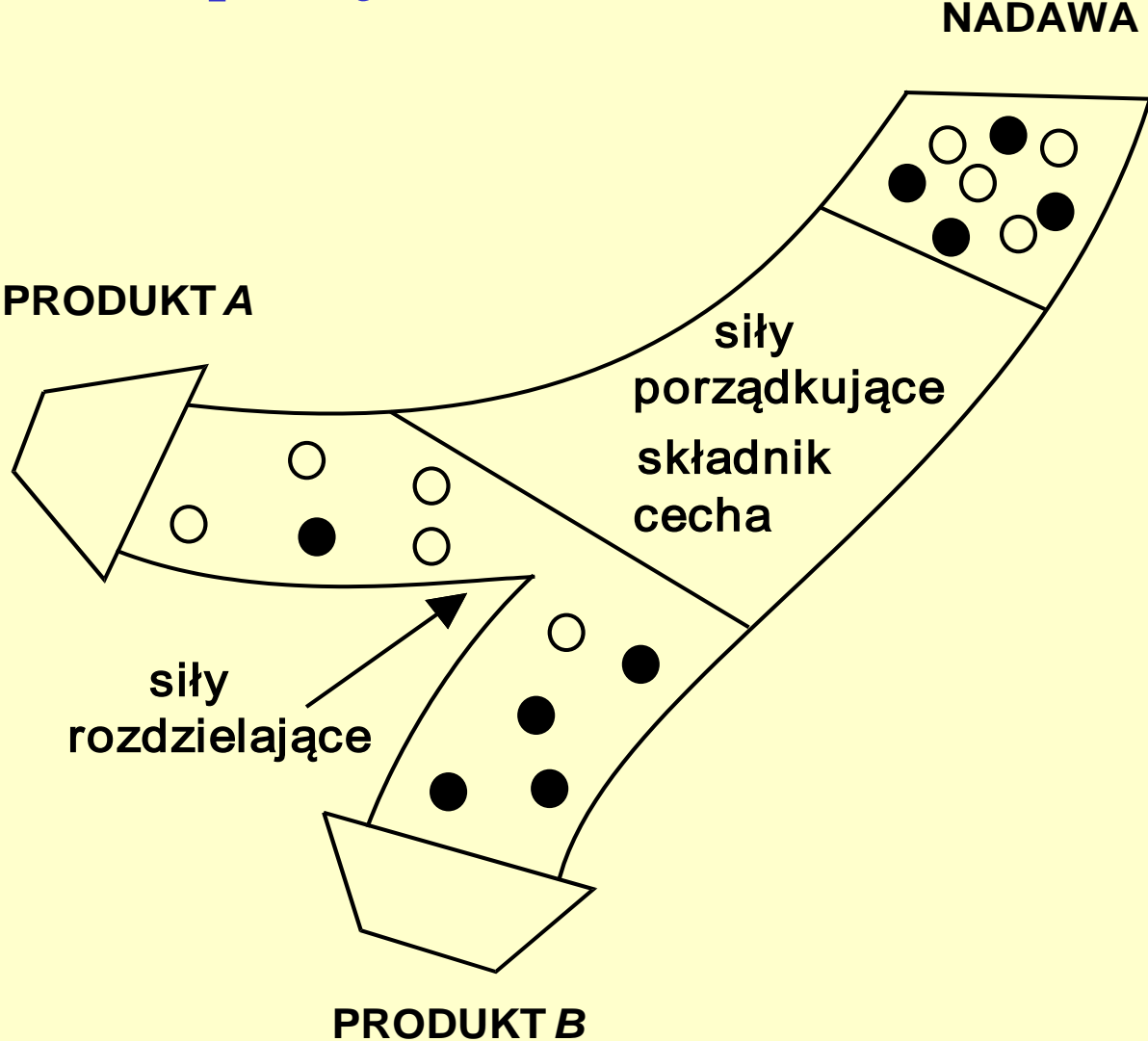
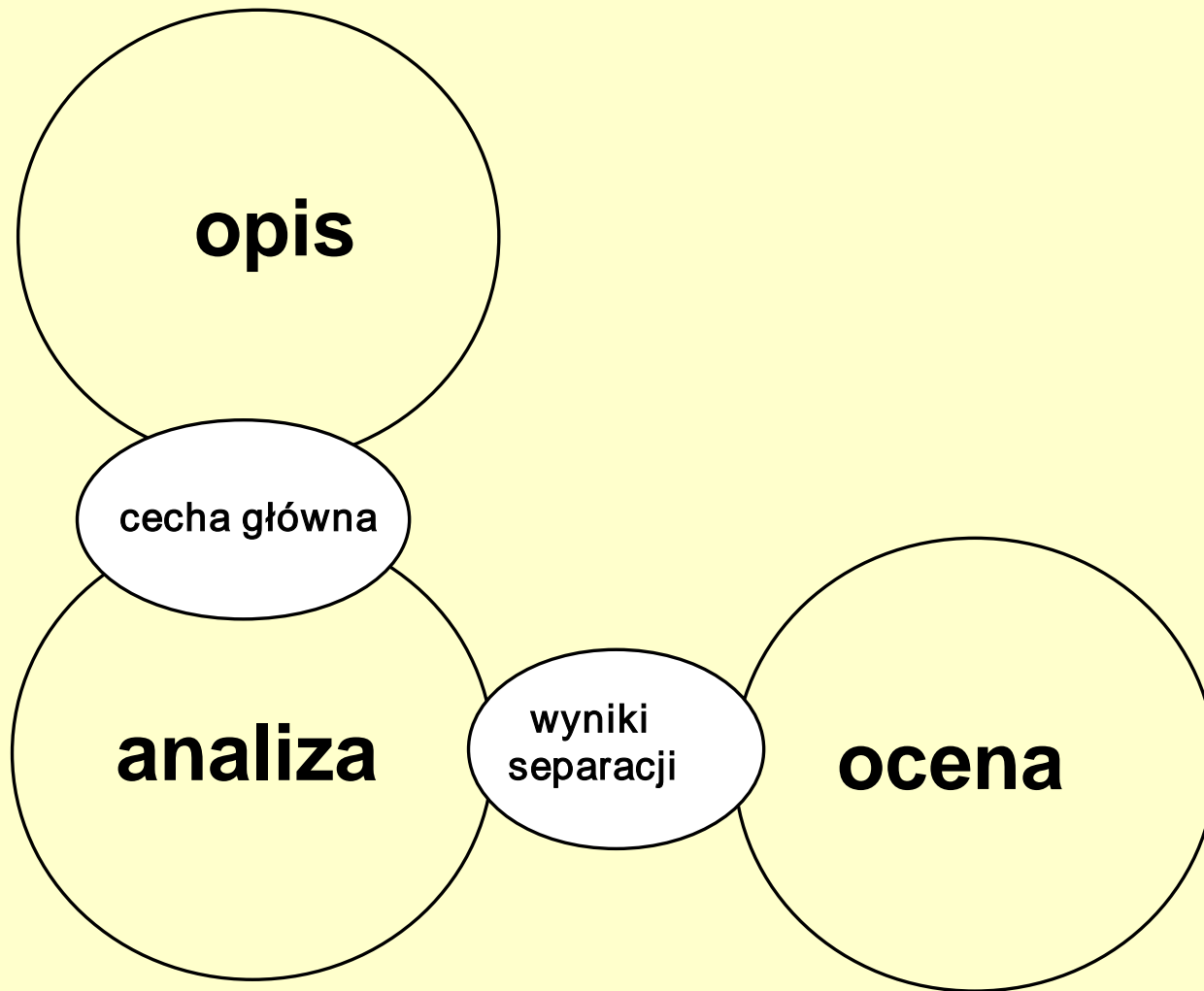


Opis, analiza i ocena procesu separaciji

Istota procesu separacji

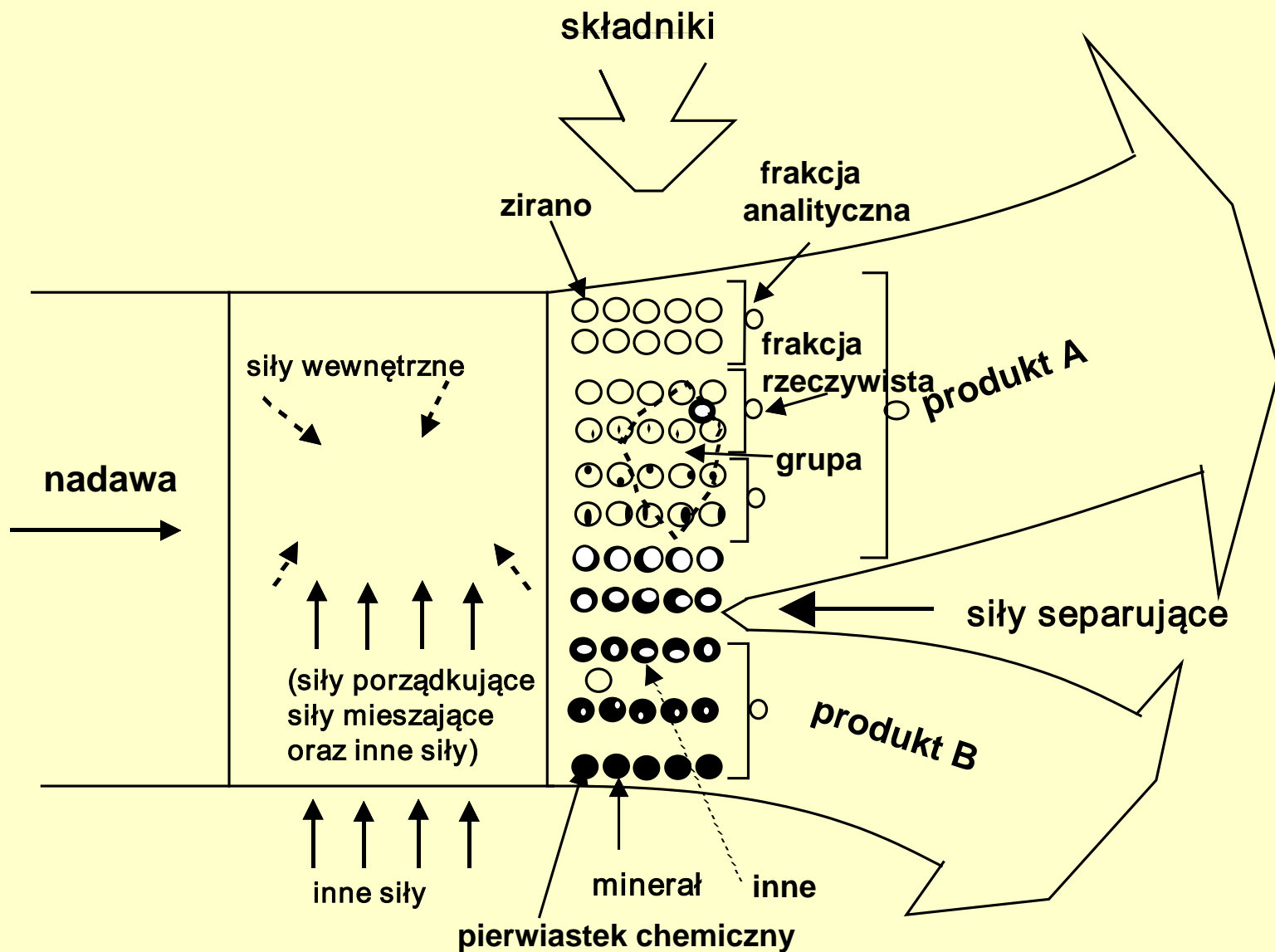




Elementy charakteryzowania procesu separacji

SKŁADNIKI

OPIS



SKŁADNIKI

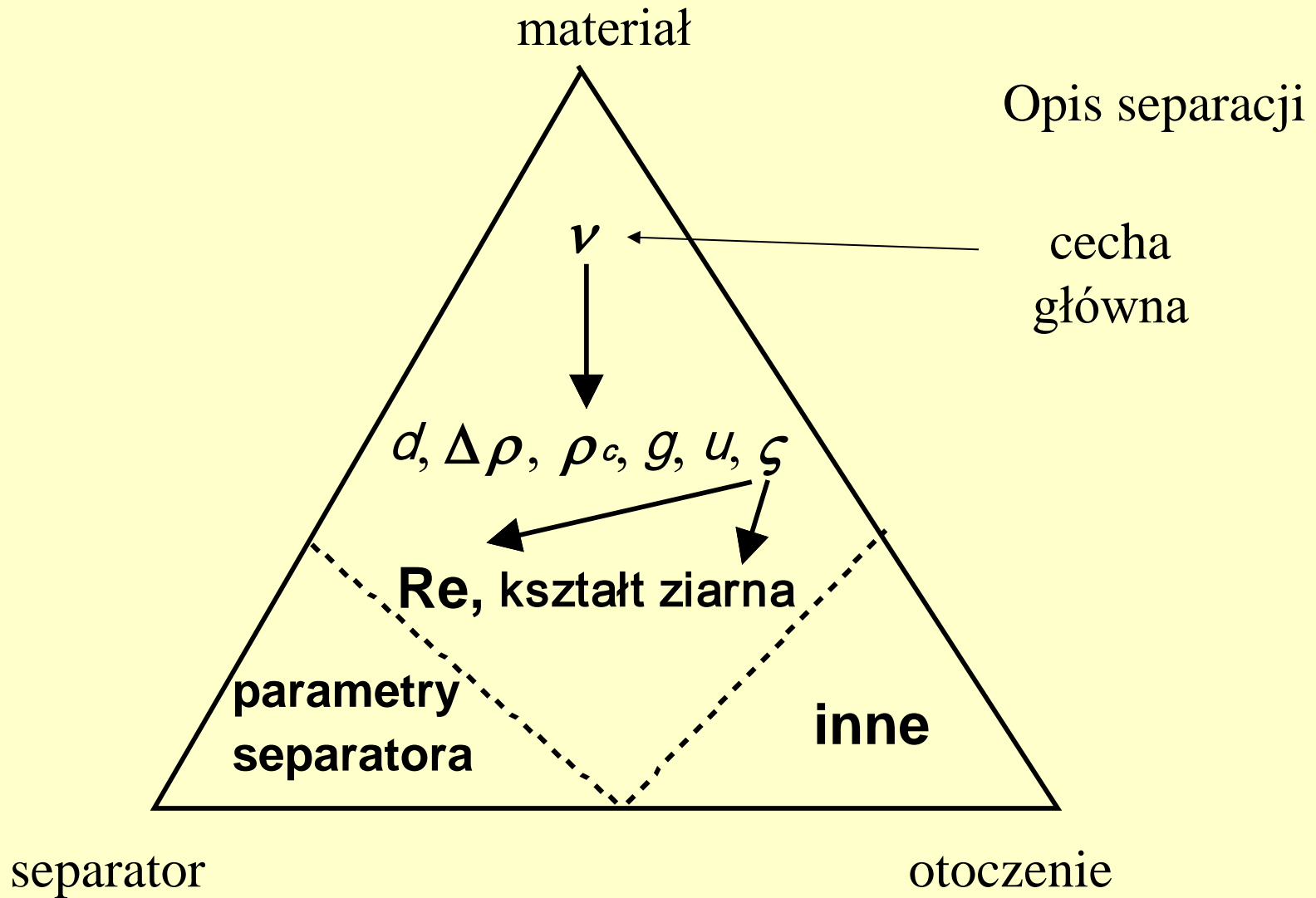
OPIS



Składniki mają różne cechy

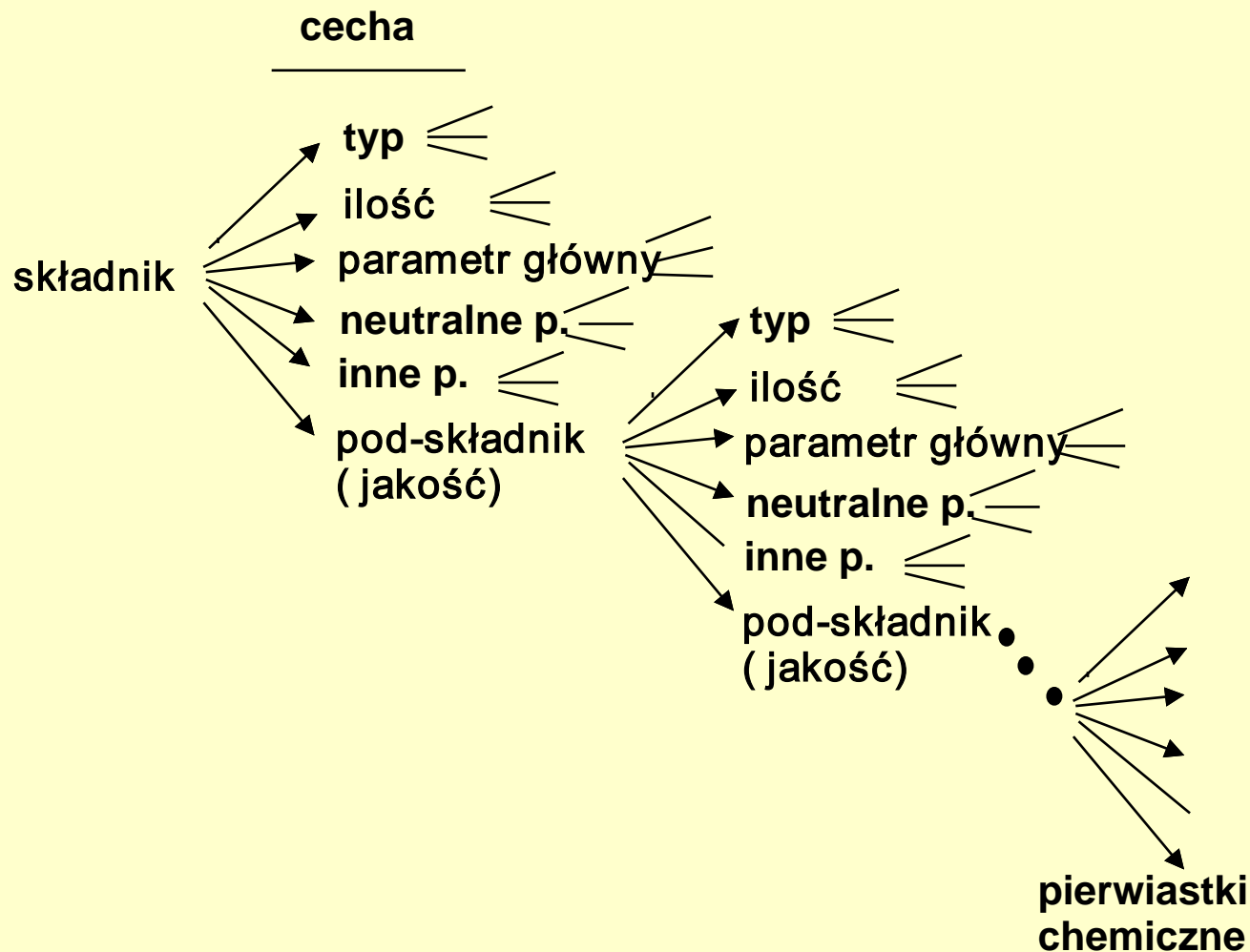
- nazwę
- ilość
- jakość
- cenę
- cechę (główna) dzięki której następuje separacja
- cechy tworzące cechę główną
- czas przemieszczania się
- siły separujące działające na składnik
- siły porządkujące działające na składnik
- inne (temperatura, ciśnienie, wartość monetarną itp.)

Cecha główna i parametry od niej zależne



Składniki i ich cechy tworzą układ fraktalo-podobny

Opis separacji



składnik + cechy + pole

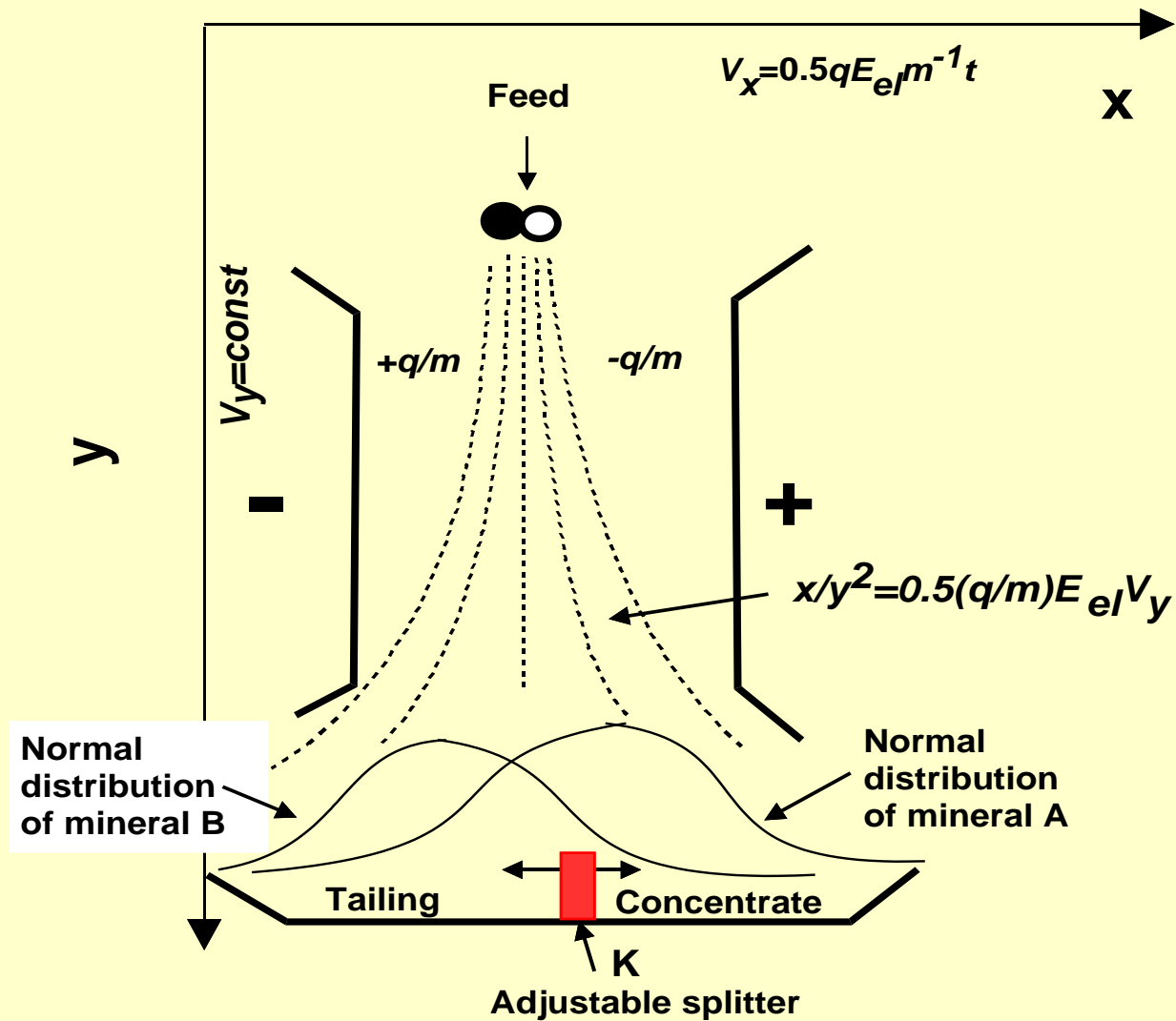
dają siły separacji

siła + przestrzeń + czas

dają stratyfikację ziarn

stratyfikacja + siły dzielące

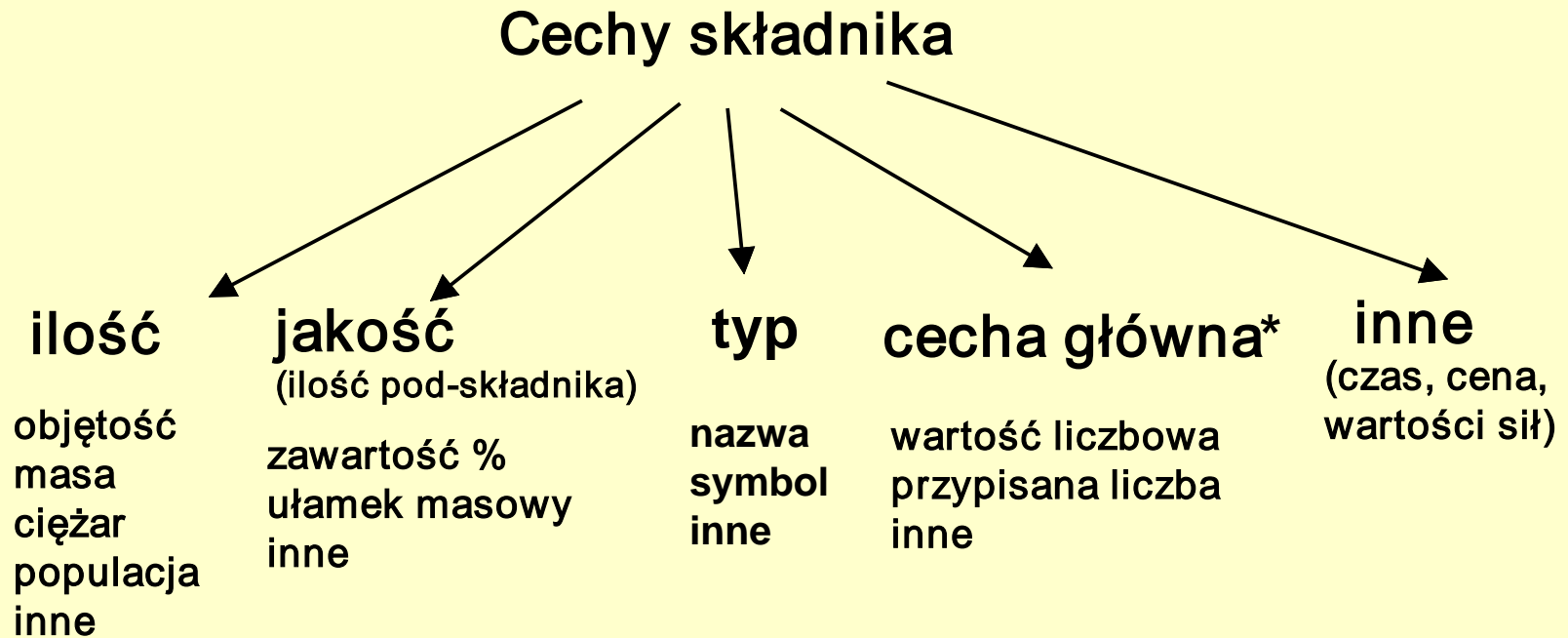
dają **PRODUKTY**



Recovery:

$$\varepsilon = \delta^{-1} (2\pi)^{-0.5} \int_{(q/m)_K}^{\infty} e^{-((q/m)-a)^2 / (2\delta^2)} d(q/m)$$

Cechy składnika można pogrupować na rodziny



* oparta o parametry zależne na nią się składające

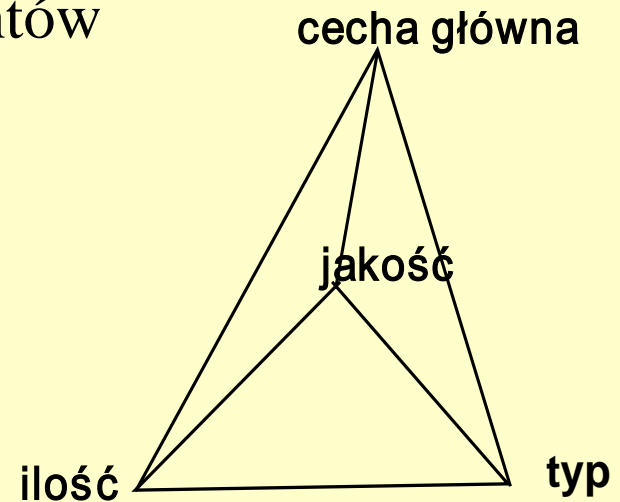
KOMBINATORYKA

Kombinacje bez powtórzeń

kombinacja n elementów po k elementów

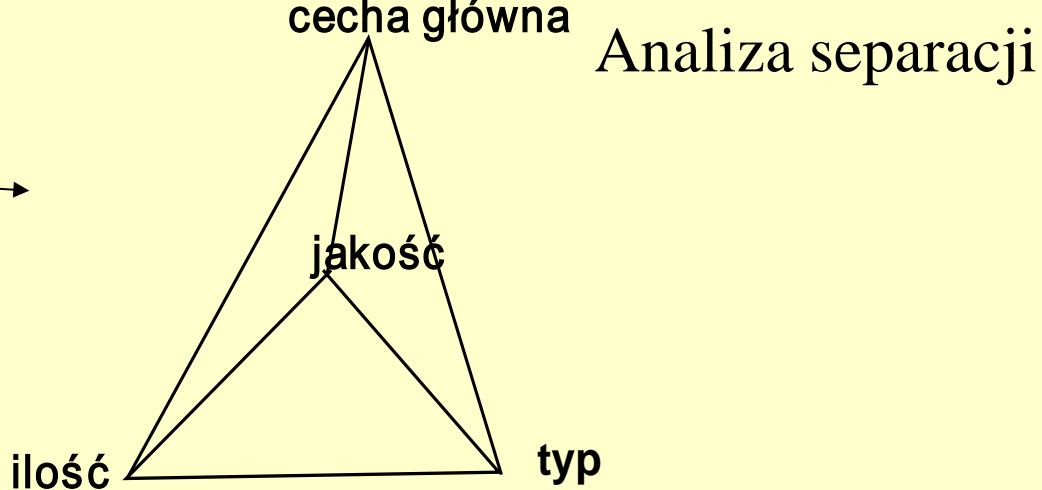
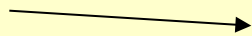
$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^k = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{24}{4} = 6$$



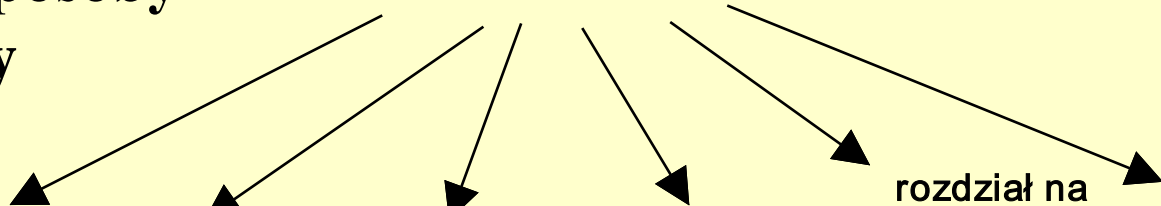
6 kombinacji

**Biorąc pod uwagę
cztery grupy**



**Ich kombinacje
dają różne sposoby
analizy**

**Sposoby analizy
wyników separacji**



wzbogacanie

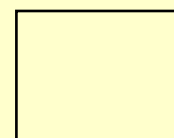
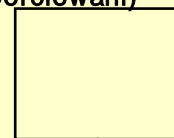
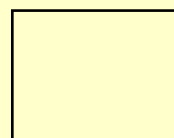
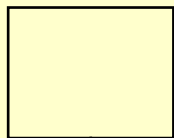
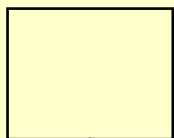
dystrybucja

klasyfikacja

sortowanie

**rozdział na
produkty
(opróbowanie
porciowani)***

opisowy



**jakość
=f(ilość)**

**ilość=f(cecha
główna)**

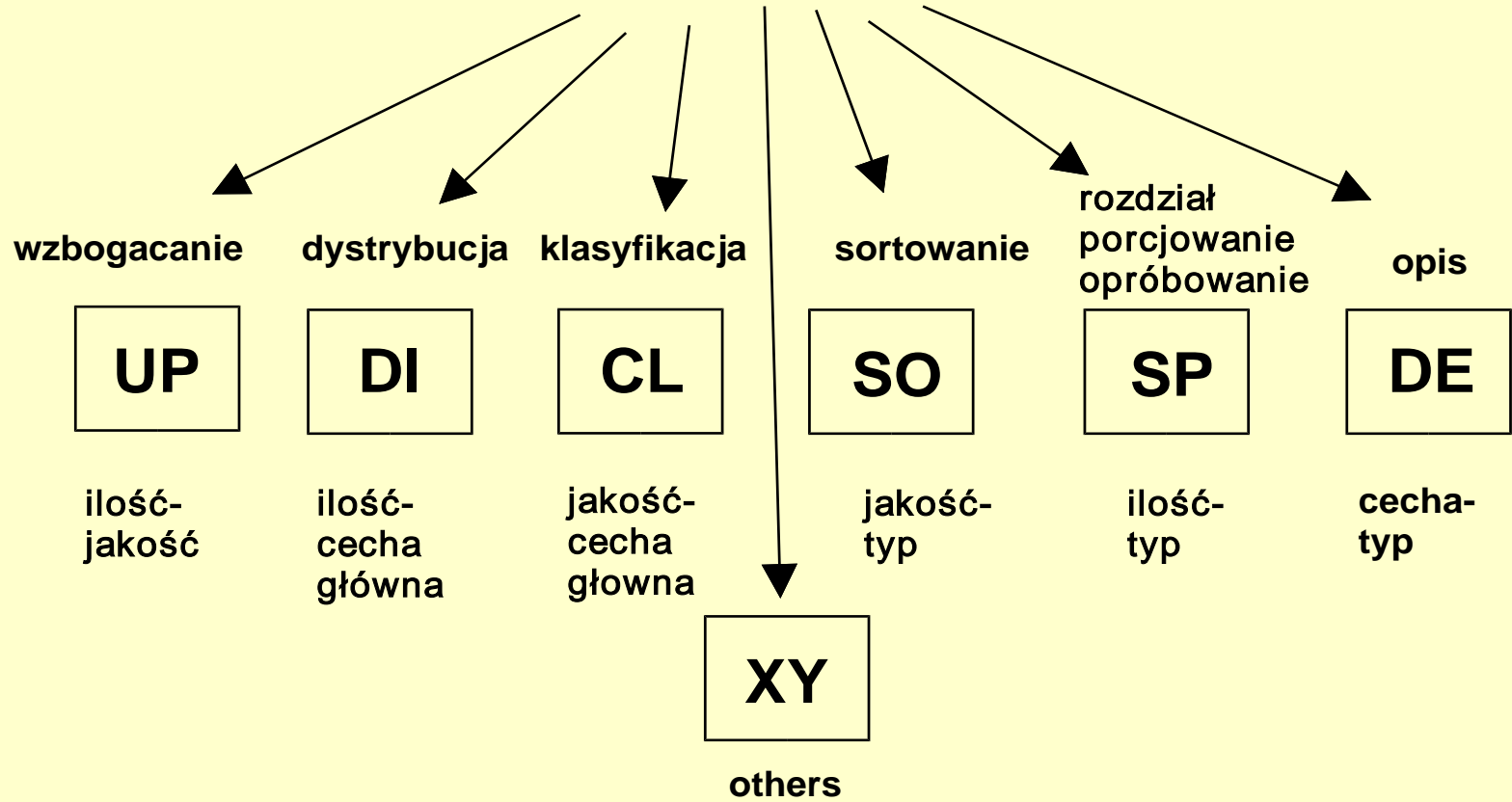
**jakość
=f(cecha główna)**

**jakość
=f(nazwa)**

**ilość
=f(nazwa)**

**cecha
=f(nazwa)**

Rodzaje analizy układów separacji



Dlaczego dwa parametry?

na przykład wzbogacanie

$$100\% \alpha_1 = \gamma_1 \beta_1 + \gamma_2 \mathcal{I}_1 \quad (1)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 100\% \quad (2)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = 100\% \quad (3)$$

$$\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 = 100\% \quad (4)$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 100\% \quad (5)$$

$$\alpha_1, \gamma_1, \beta_1, \mathcal{I}_1, \alpha_2, \beta_2, \mathcal{I}_2, \gamma_2$$

8 niewiadomych a 5 równań

zatem 3 parametry są niezbędne

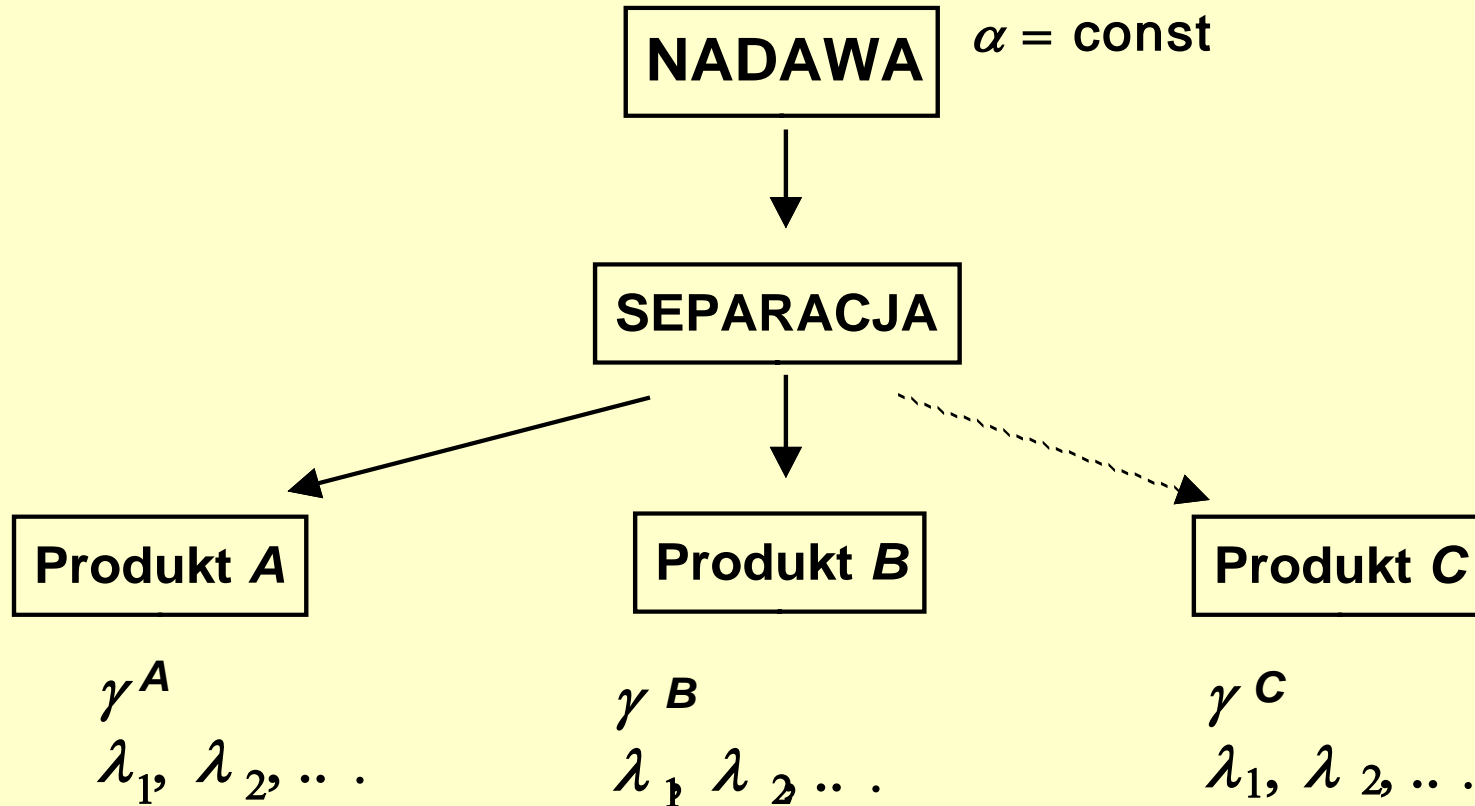
(gdy skład nadawy jest stały, wtedy wystarczą 2 parametry)

Tabela 2.1. Główne parametry (cechy) najważniejszych procesów separacji stosowanych w mineralurgii

Produkt technologiczny	Dominujący sposób opisu separacji	Procesy separacji*	Główna cecha
ruda	zmieniona nadawa	rozdrabianie	energia powierzchniowa i moduł Younga
	klasyfikacja	przesiewanie (klasyfikacja mechaniczna)	rozmiar ziarn
nadawa	klasyfikacja	klasyfikacja w mediach (hydrauliczna i powietrzna)	prędkość opadania
	wzbogacanie	separacja w cieczach ciężkich	gęstość ziarna
	wzbogacanie	separacja w cienkiej strudze cieczy	stratyfikacja (gęstość, wielkość, tarcie ziarn)
	wzbogacanie	flotacja	hydrofobowość
	wzbogacanie	flokulacja	adsorpcja
	wzbogacanie	koagulacja	wskaźnik stabilności
	wzbogacanie	aglomeracja olejowa	akwaolejofilność i γ_0
	wzbogacanie	separacja magnetyczna	podatność magnetyczna
	wzbogacanie	separacja dielektryczne	stała dielektryczna
	wzbogacanie	separacja elektryczna	ładunek elektryczny
koncentrat	wzbogacanie	separacja w prądach wirowych	przewodnictwo elektryczne
	rozdział (separacja faz)	odwadnianie	przepływ wody w kapilarach
produkt rynkowy	rozdział	suszenie	lotność cieczy

WZBOGACANIE

ilość – jakość



1, 2 = składniki

WZBOGACANIA I JEGO BILANS

WYCHÓD (γ)

N megagramów nadawy = K megagramów koncentratu + O megagramów odpadu

$$N = K + O. \quad (2.3)$$

Aby wyrazić bilans masowy w procentach, dzielimy obie strony równania przez N i jednocześnie mnożymy przez 100%. Otrzymamy wtedy

$$\frac{N}{N}100\% = \frac{K}{N}100\% + \frac{O}{N}100\%. \quad (2.4)$$

Wszystkie trzy człony równania są wychodami i oznacza się je zwykle grecką literą γ , czyli $\frac{N}{N}100\% = 100\%$, $\frac{K}{N}100\% = \gamma_K$, $\frac{O}{N}100\% = \gamma_O$. Równanie (2.4), określające bilans masowy produktów wzbogacania, można zatem zapisać także jako sumę wychodów poszczególnych produktów wzbogacania. Suma wychodów wszystkich produktów wzbogacania daje nadawę, której wychód jest równy 100%, czyli

$$\gamma_K + \gamma_O = \gamma_N = 100\%. \quad (2.5)$$

WZBOGACANIA I JEGO BILANS

ZAWARTOŚĆ

jest to udział rozpatrywanego elementu (składnika, frakcji, ziarna) w danym produkcie lub nadawie, najczęściej w %

Stosuje się symbole

α – zawartość rozpatrywanego składnika w nadawie, %,

λ – zawartość rozpatrywanego składnika w koncentracie, %,

β – zawartość rozpatrywanego składnika w łączonych produktach, %,

ϑ – zawartość rozpatrywanego składnika w odpadach, %.

W oparciu o parametry γ , λ oraz α wyprowadzić można nieskończenie wiele innych parametrów

Najpopularniejsze z nich to:

Uzysk: $\varepsilon = \frac{\lambda}{\alpha} \gamma$

Uzysk skumulowany $\Sigma \varepsilon = \frac{\beta}{\alpha} \Sigma \gamma$

Współczynnik wzbogacenia:

$$k = \frac{\text{zawartosc skladnika w produkcji}}{\text{zawartosc skladnika w nadawie}} = \frac{\lambda}{\alpha}$$

$$K = \frac{\text{zawartosc skladnika w produkcji}}{\text{zawartosc skladnika w nadawie}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Typowy bilans separacji

Produkt	Wychód γ Mg/dobę	Wychód γ %	Zawartość λ %	$\gamma(\%) \times \lambda(\%)$	Współczynnik wzbogacenia $k = \lambda/\alpha$	Uzysk $\varepsilon(\%)$ $\gamma\lambda/\alpha$
Koncentrat <i>K</i>	172	20,14	60,40 (= β)	1216,456	3,92	79,0
Odpad <i>O</i>	682	79,86	4,045 (= ν)	323,034	0,26	21,0
Nadawa <i>N</i>	854	100,00	15,395 (= α)	1539,490 (1216,456+323,034)	1	100,0

$$\alpha(\%) = \Sigma(\gamma\lambda)/100\%$$

Sposób obliczania
zawartości składnika
użytecznego w
nadawie

Bilans dla separacji wieloproduktowej

Produkt	Wychód produktu γ (Mg)	Wychód produktu γ (%)	Wychód produktu $\Sigma\gamma$ (%)	Zawartość MeSO_4 λ (%)	$\gamma\lambda$ %%	$\Sigma(\gamma\lambda)$ %%	$\beta = \frac{\Sigma(\gamma\lambda)}{\Sigma\gamma}$ %	Współcz. wzbogac. $K = \beta/\alpha$	Uzysk MeSO_4 $\varepsilon = \gamma\lambda/\alpha$, %	Uzysk MeSO_4 $\Sigma\varepsilon = K\Sigma\gamma$, %
Koncentrat K_1	103	12,06	12,06	81,7	985,30	985,30	81,70	5,305	63,98	63,98
Koncentrat K_2	69	8,08	20,14	28,6	231,09	1216,39	60,40	3,922	15,01	78,99
Półprodukt P_1	189	22,13	42,27	7,0	154,91	1371,30	32,44	2,106	10,06	89,05
Półprodukt P_2	238	27,87	70,14	5,48	152,73	1524,03	21,73	1,411	9,92	98,97
Odpad O	255	29,86	29,86	0,52	15,53	15,53	0,52	0,0338	1,01	1,01
Nadawa N (obliczona)	854	100,00	100,00	$\alpha = \beta = 15,4$	1540	1539,56	15,40	1	100,00	99,98 ~100
Nadawa oznaczona: $\alpha = \text{np. } 15,65$										

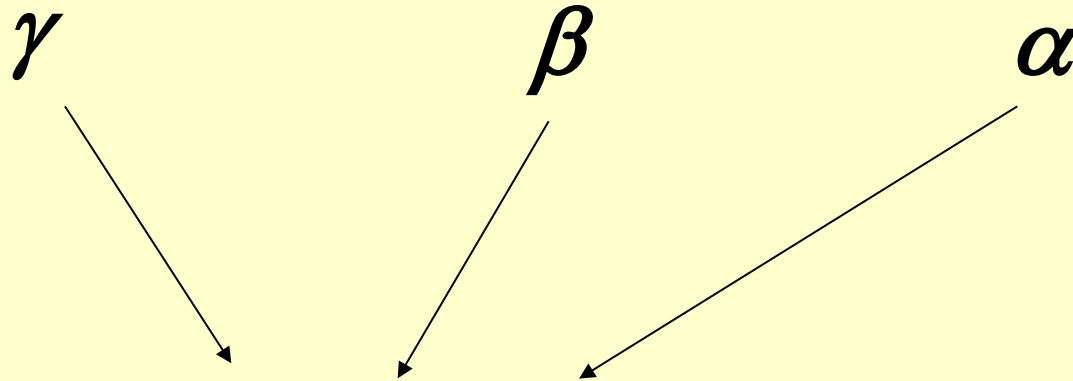
Produkt	Wychód produktu γ (Mg)	Wychód produktu γ (%)	Wychód produktu $\Sigma\gamma$ (%)	Zawartość MeSO ₄ λ (%)	$\gamma\lambda$	$\Sigma(\gamma\lambda)$	$\beta = \Sigma(\gamma\lambda)/\Sigma\gamma$ %	Współcz. wzbogac. $K = \beta/\alpha$	Uzysk MeSO ₄ $\varepsilon = \gamma\lambda/\alpha$, %	Uzysk MeSO ₄ $\Sigma\varepsilon = K\Sigma\gamma$, %
Koncentrat K_1	103	12,06	12,06	81,7	985,30	985,30	81,70	5,305	64,00	64,00
Koncentrat K_2	69	8,08	20,14	28,6	231,09	1216,39	60,40	3,922	15,01	79,01
Półprodukt P_1	189	22,13	42,27	7,0	154,91	1371,30	32,44	2,106	10,06	89,07
Półprodukt P_2	238	27,87	70,14	5,48	152,73	1524,03	21,73	1,411	9,92	98,99
Odpad O	255	29,86	100,00	0,52	15,53	1539,56	15,40	1	1,01	100,00
Nadawa N (obliczona)	854	100,00	100,00	15,40 α					100,00	
Nadawa oznaczona: $\alpha = \text{np. } 15,65$										

Uwaga: Gruba kreska oznacza, że najpierw liczy się lewą stronę bilansu do tej kreski, a po obliczeniu α dokonuje się dalszych obliczeń. β oznacza zawartość MeSO₄ w produktach kumulowanych.

Produkt	Wychód produktu γ (Mg)	Wychód produktu γ (%)	Wychód produktu $\Sigma\gamma$ (%)	Zawartość MeSO_4 λ (%)	$\gamma\lambda$	$\Sigma(\gamma\lambda)$	$\beta = \Sigma(\gamma\lambda)/\Sigma\gamma$ %	Współcz. wzbogac. $K = \beta/\alpha$	Uzysk MeSO_4 $\varepsilon = \gamma\lambda/\alpha$, %	Uzysk MeSO_4 $\Sigma\varepsilon = K\Sigma\gamma$, %
Koncentrat K_1	103	12,06	12,06	81,7	985,30	985,30	81,70	5,305	64,00	64,00
Koncentrat K_2	69	8,08	20,14	28,6	231,09	1216,39	60,40	3,922	15,01	79,01
Półprodukt P_1	189	22,13	42,27	7,0	154,91	1371,30	32,44	2,106	10,06	89,07
Półprodukt P_2	238	27,87	70,14	5,48	152,73	1524,03	21,73	1,411	9,92	98,99
Odpad O	255	29,86	100,00	0,52	15,53	1539,56	15,40	1	1,01	100,00
Nadawa N (obliczona)	854	100,00	100,00	15,40 α					100,00	
Nadawa oznaczona: $\alpha = \text{np. } 15,65$										

Uwaga: Gruba kreska oznacza, że najpierw liczy się lewą stronę bilansu do tej kreski, a po obliczeniu α dokonuje się dalszych obliczeń. β oznacza zawartość MeSO_4 w produktach kumulowanych.

podstawowa krzywa wzbogacania – krzywa Henry’ego $\beta = f(\gamma)$, $\alpha = \text{const}$

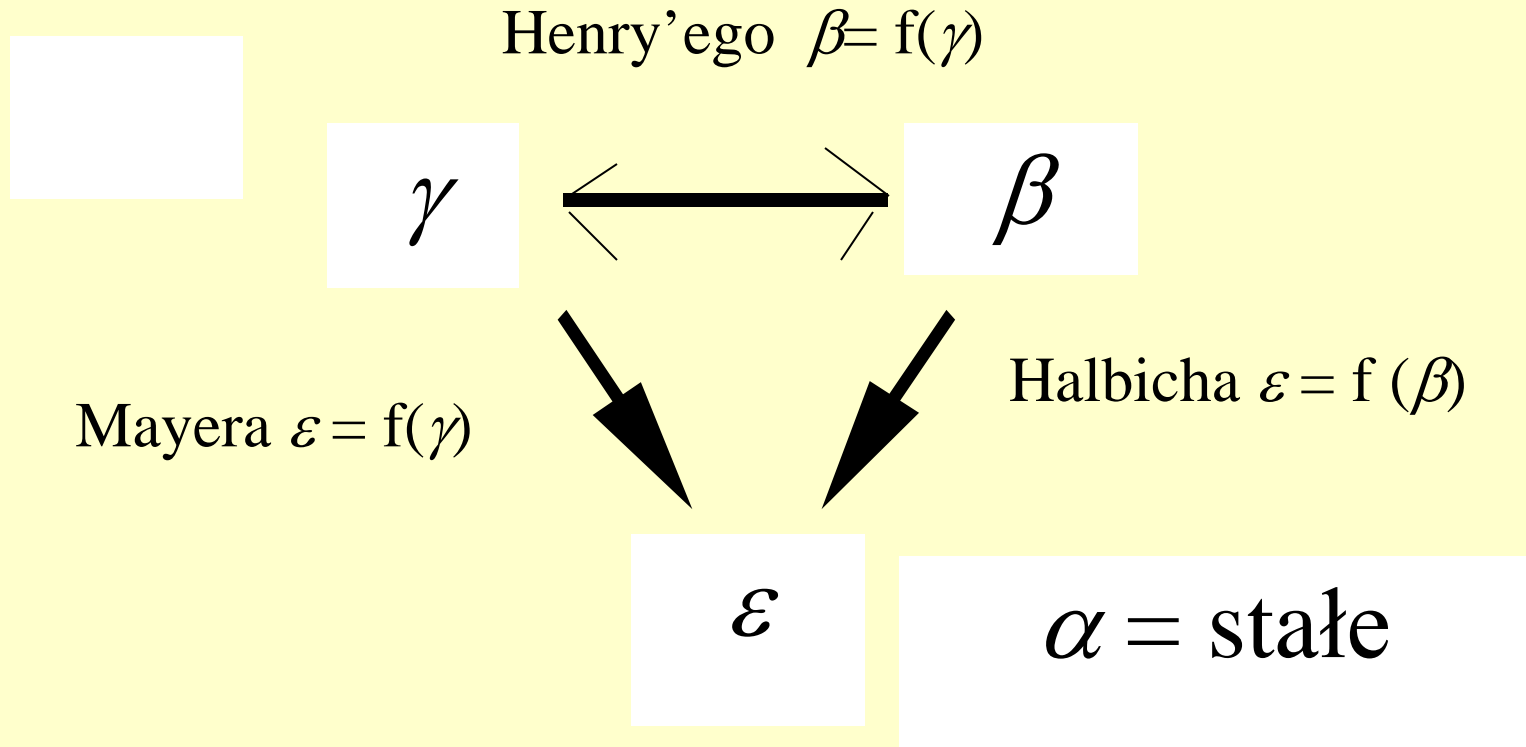


nieskończona liczba
wskaźników, np. K , ε

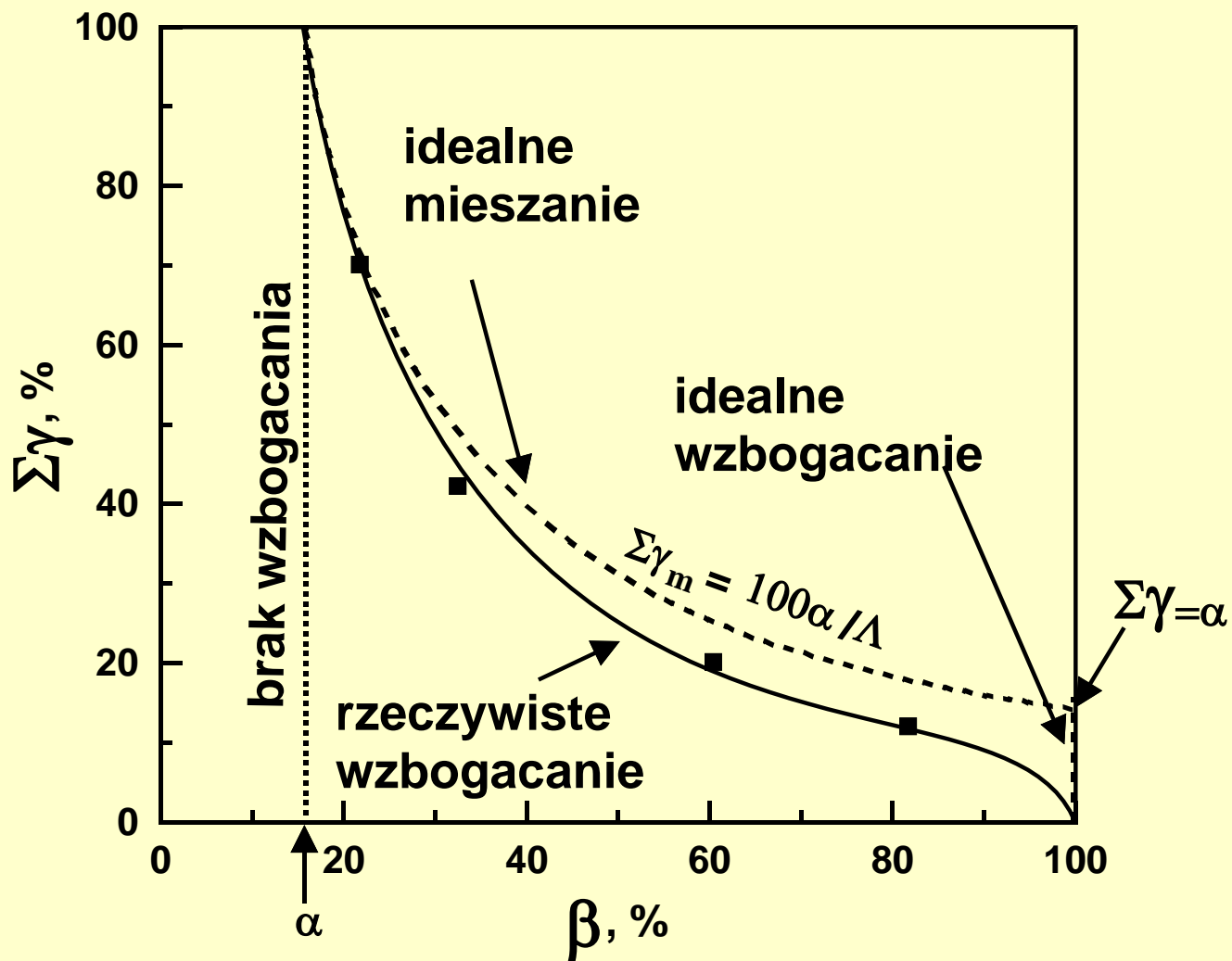


nieskończona liczba
dwuparametrowych krzywych
wzbogacania

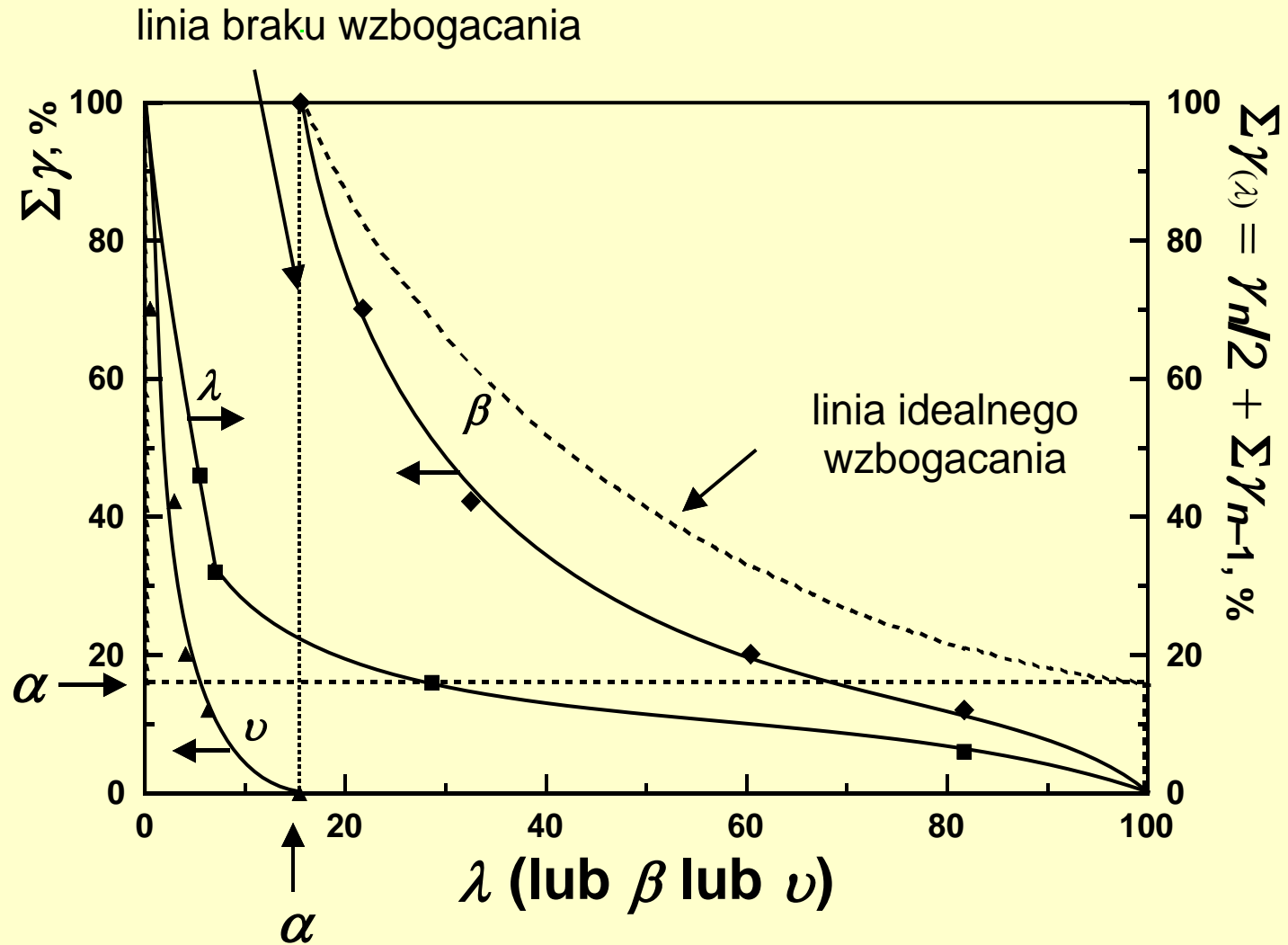
Najważniejsze krzywe wzbogacania



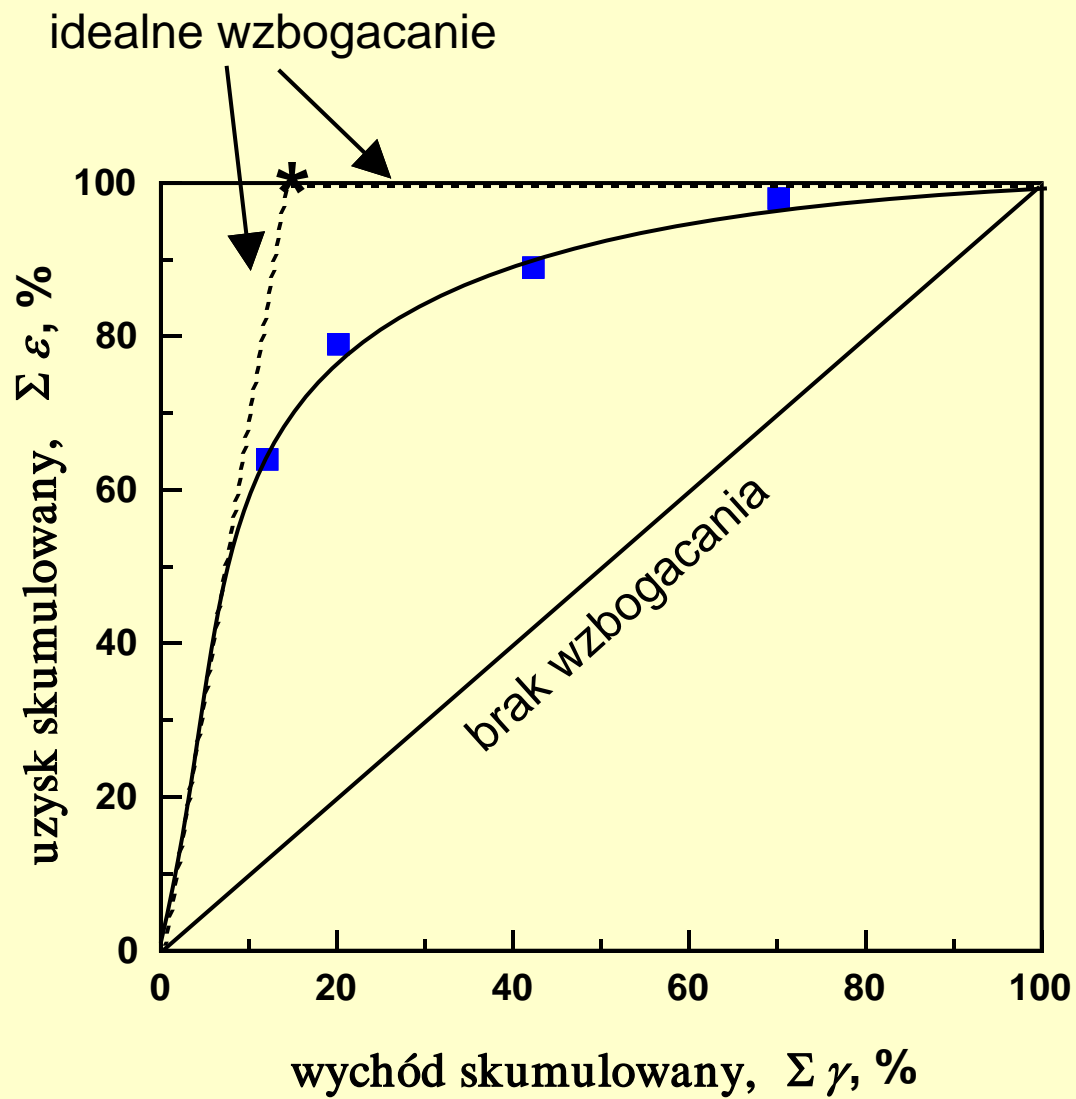
inne: Della, Halla, Stępińskiego, Fuerstenaua, ...



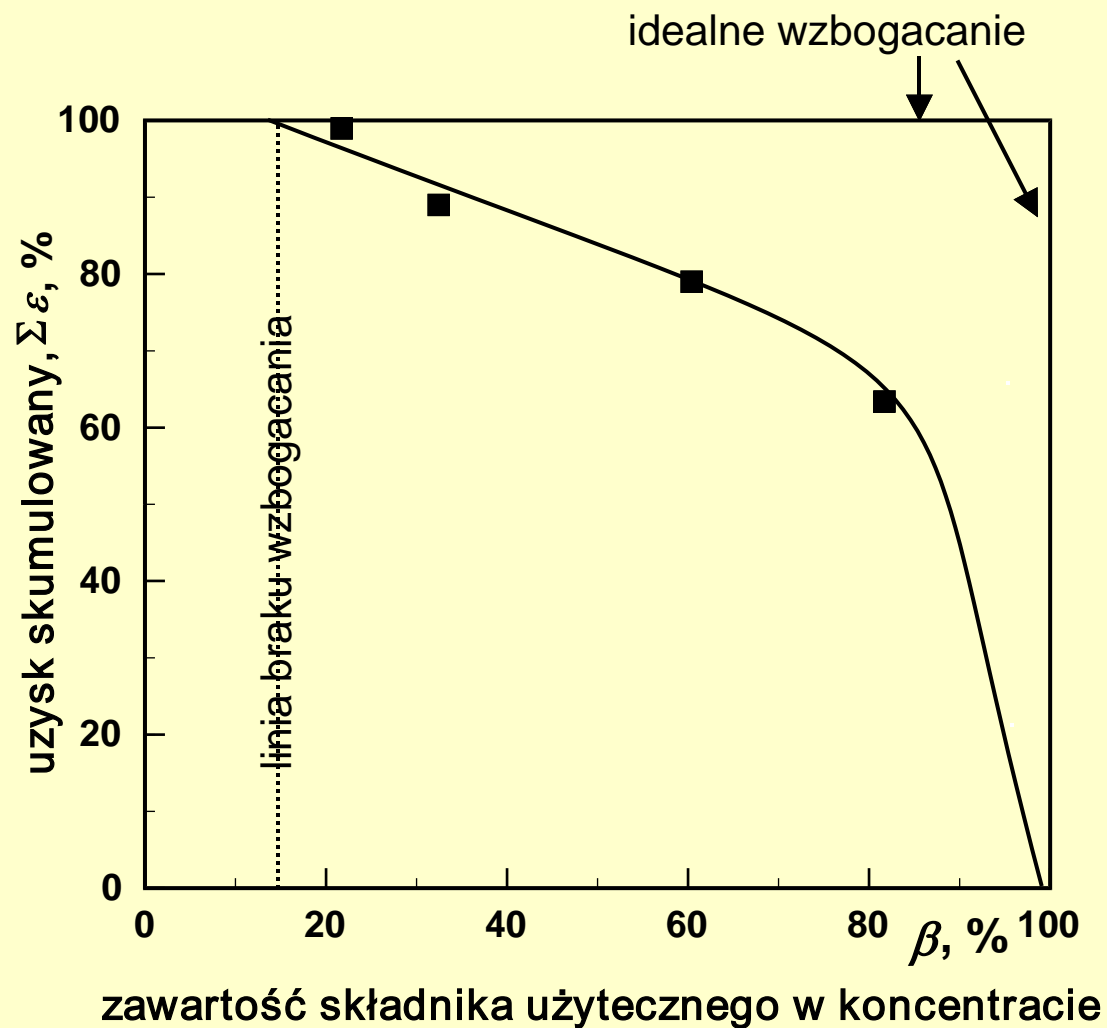
Rodzina krzywych Henry'ego



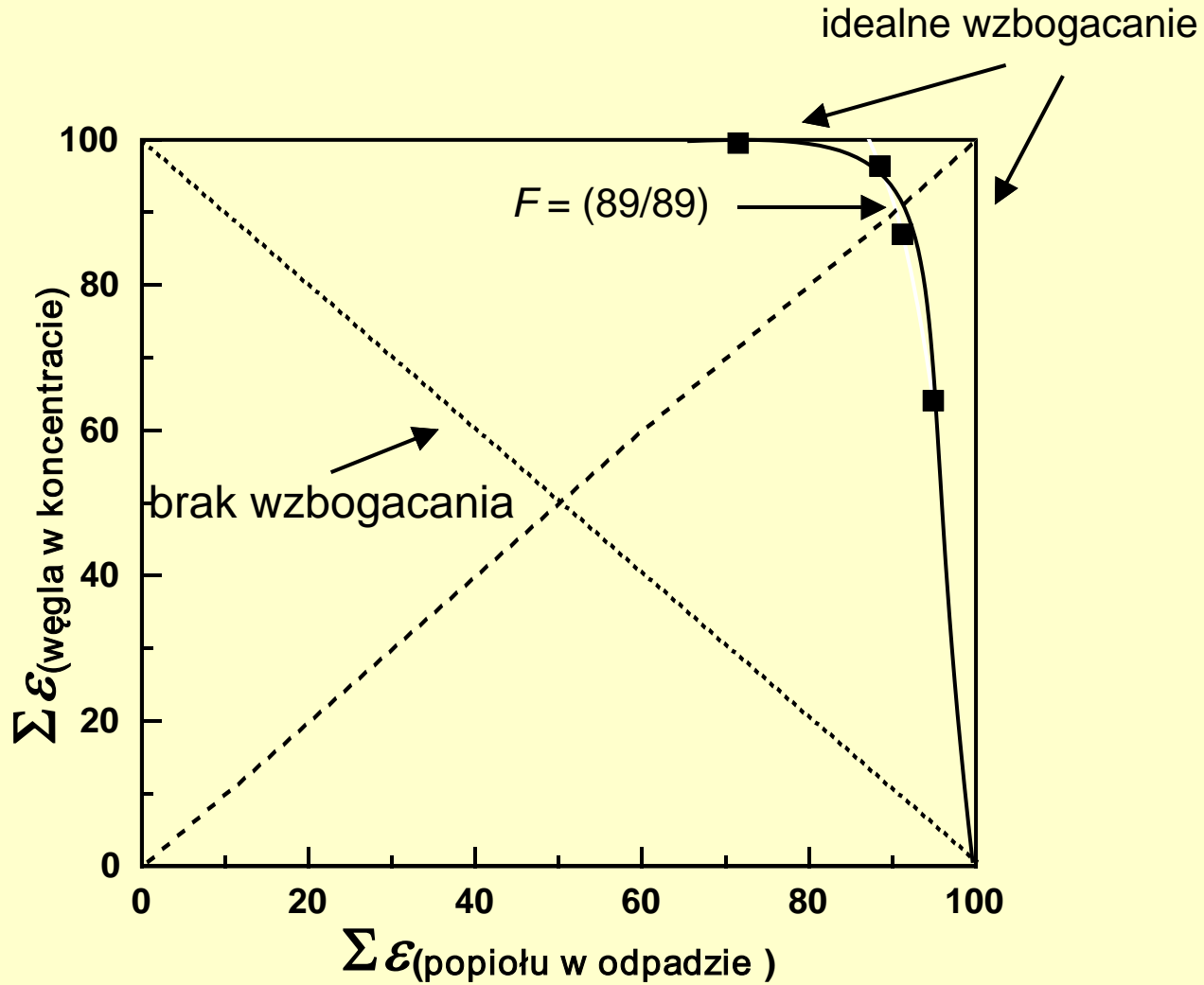
krzywa Mayera



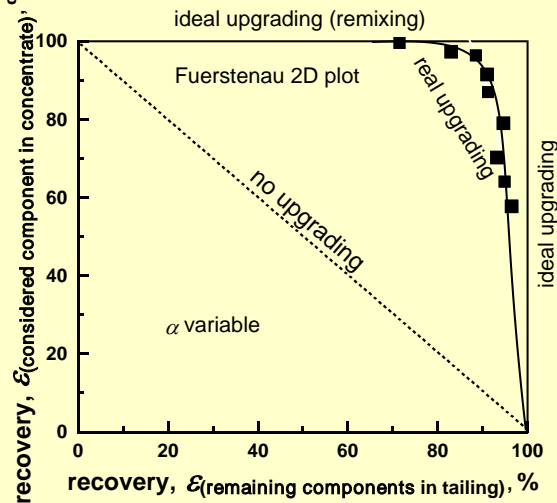
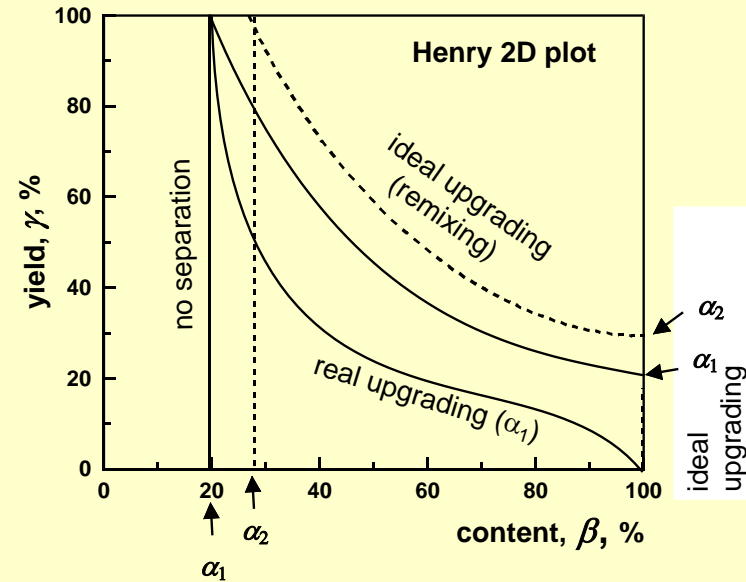
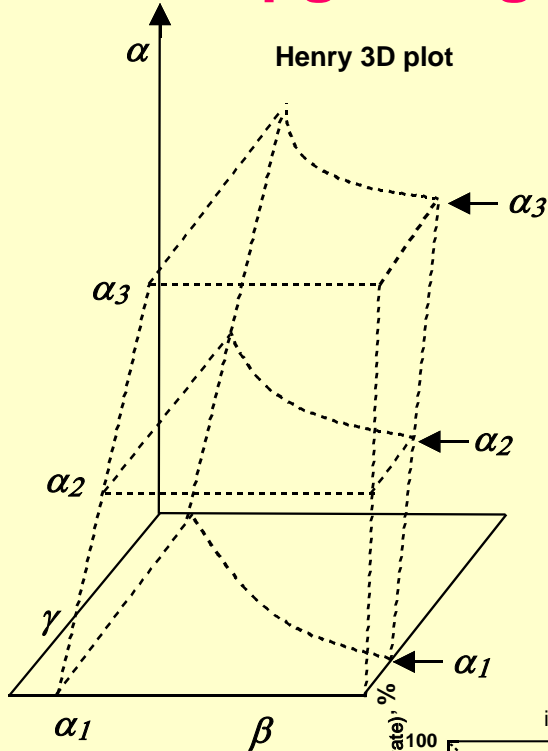
Krzywa Halbicha



krzywa Fuerstenaua



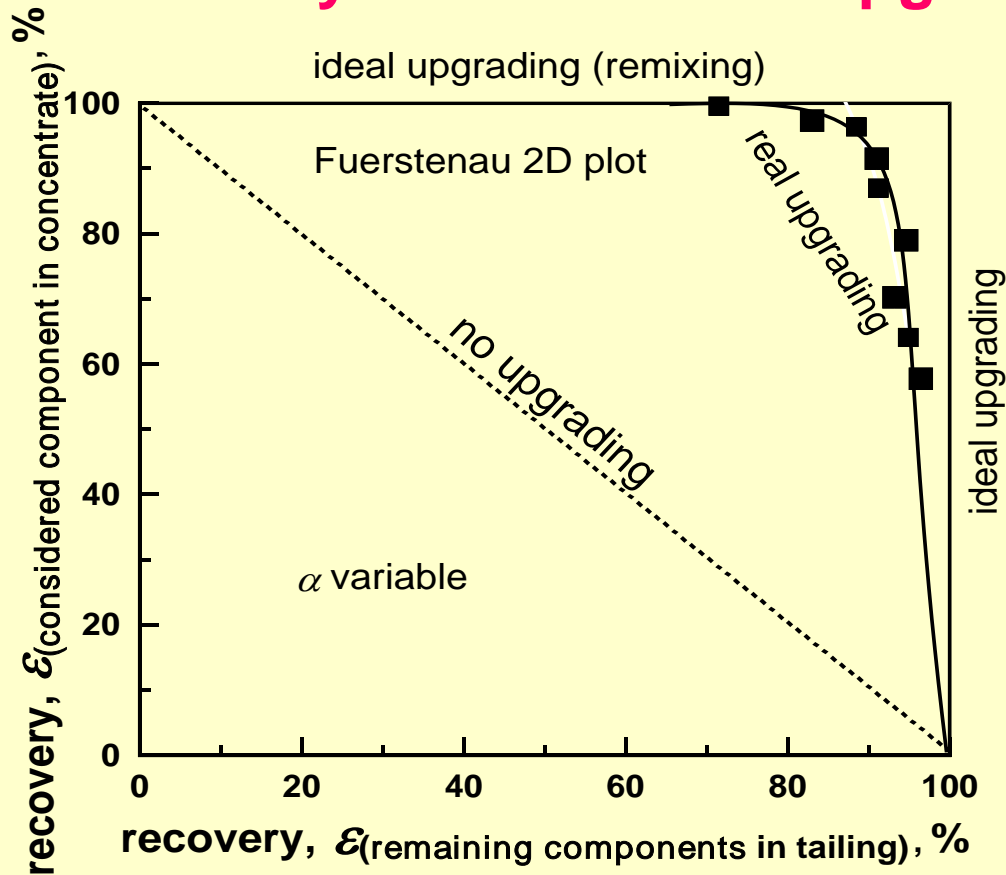
Upgrading (quality versus quantity)



α -insensitive upgrading curve)

e.g. Fuerstenau upgrading curve)

Why Fuerstenau's upgrading curve



-universal

- α insensitive

-easy to use mathematical eqs

-low self-similarity (provide real R2)

-allows comparison of different comp.

-and more

Wskaźniki wzbogacania

(punktowe)

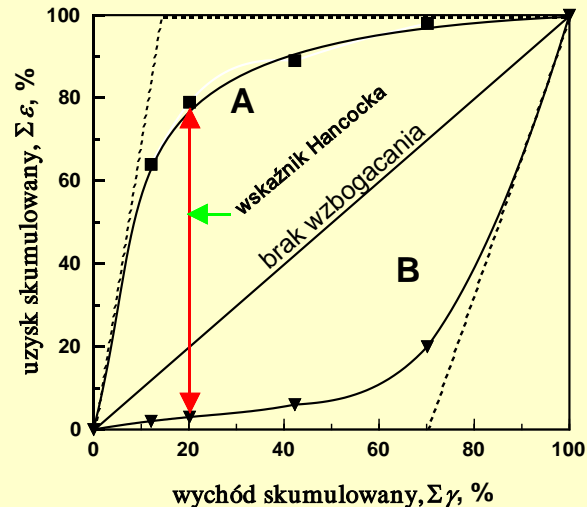
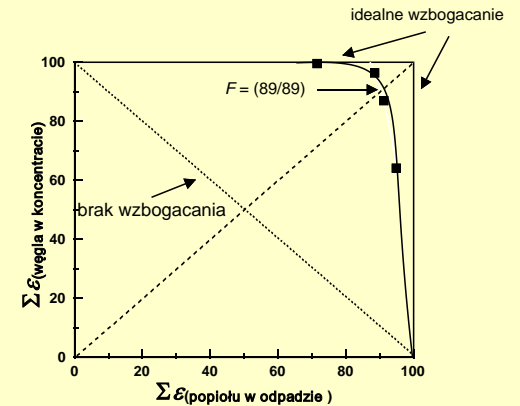
Na podstawie dowolnej krzywej można wyznaczyć wielkości zwane *wskaźnikiem*, *selektywnością*, *efektywnością*, *liczbą*, *faktorem*, *indykatorem*, *itd.*

na przykład

wskaźnik Fuerstenaua

wskaźnik Hancocka

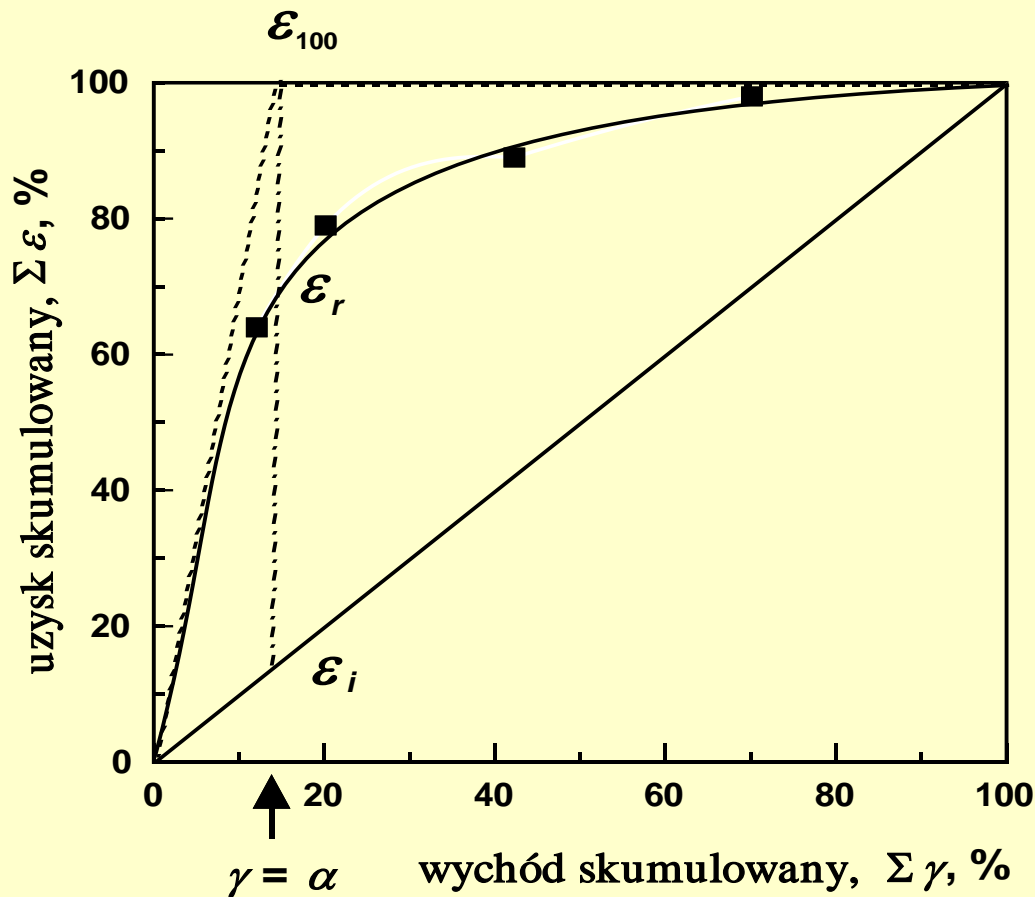
itp.



Wskaźniki wzbogacania (punktowe)

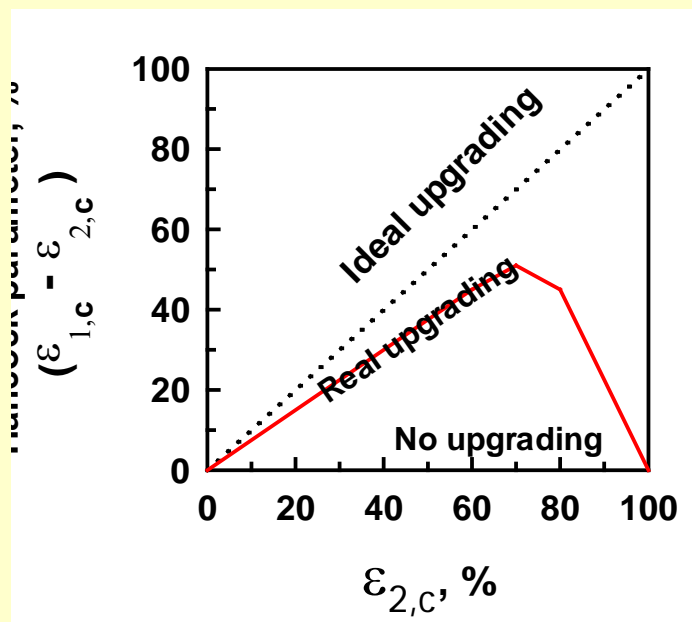
wskaźnik selektywności S

$$S = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{i(\gamma=\alpha)}}{\varepsilon_{100} - \varepsilon_{i(\gamma=\alpha)}} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{i(\gamma=\alpha)}}{100 - \varepsilon_{i(\gamma=\alpha)}}$$



Jednakże, wbrew temu co można spotkać w literaturze i praktyce, punktowe wskaźniki selektywności, jeżeli są stosowane samodzielnie, nie mają one żadnej wartości, natomiast użyte wraz innymi wskaźnikami, dają nowe krzywe wzbogacania, np. krzywa Fincha.

Są to lokalne wskaźniki selektywności



krzywa Fincha

WSKAŹNIKI SELEKTYWNOŚCI (globalne)

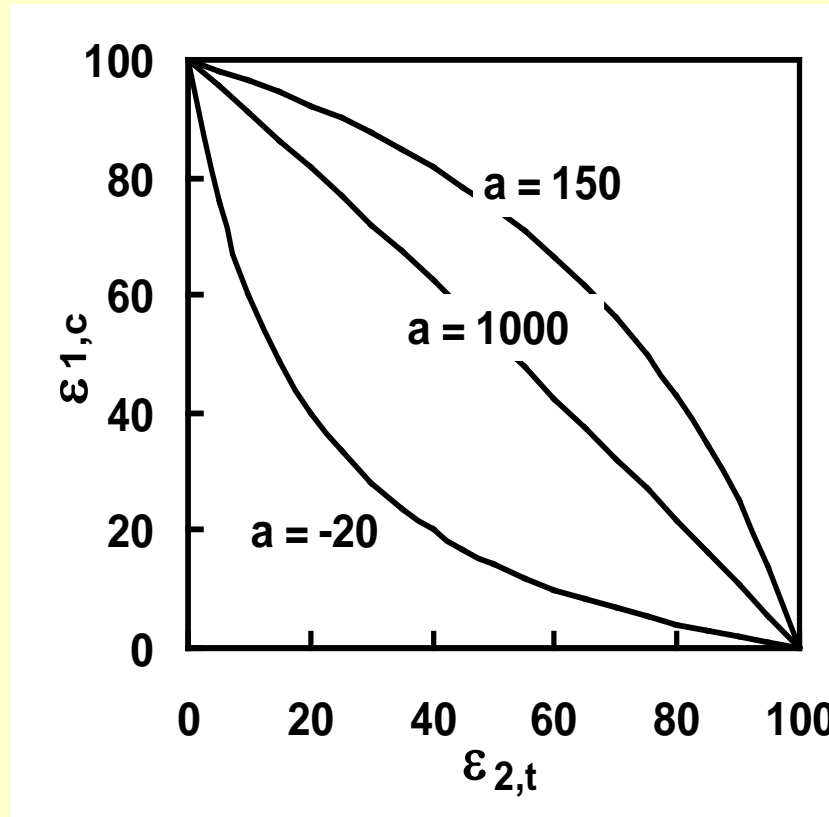
Zatem czy można charakteryzować proces za pomocą jednego parametru?

Można,

pod warunkiem, że wyniki wzbogacania w całym krzywej wzbogacania opisuje równanie matematyczne o jednym parametrze dopasowywalnym, który staje się globalnym wskaźnikiem selektywności.

$$\varepsilon_{1,c} = a (100 - \varepsilon_{2,t}) / (a - \varepsilon_{2,t})$$

krzywa Fuerstenaua



$0 < a < 100$ equation not defined, $-\infty \leq c \leq 0$ upgrading in tailing

$100 \leq a \leq +\infty$ (upgrading in concentrate)

$a = 100, 0$ ideal upgrading, $a = \pm \infty$ no upgrading

GLOBALNY WSKAŹNIK SELEKTYWNOŚCI WZBOGACANIA a

$$a = \frac{\varepsilon \varepsilon_r}{\varepsilon + \varepsilon_r + 100}$$

$$a = \frac{100(\alpha - \vartheta)\beta(100\beta - 100\vartheta - \alpha + \vartheta)(100 - \vartheta)}{(\beta - \vartheta)[(\alpha - \vartheta)\beta 100(100 - \alpha) - 100(\beta - \vartheta)(100 - \alpha) + \alpha(100\beta - 100\vartheta + \vartheta - \alpha)(100 - \vartheta)]}$$

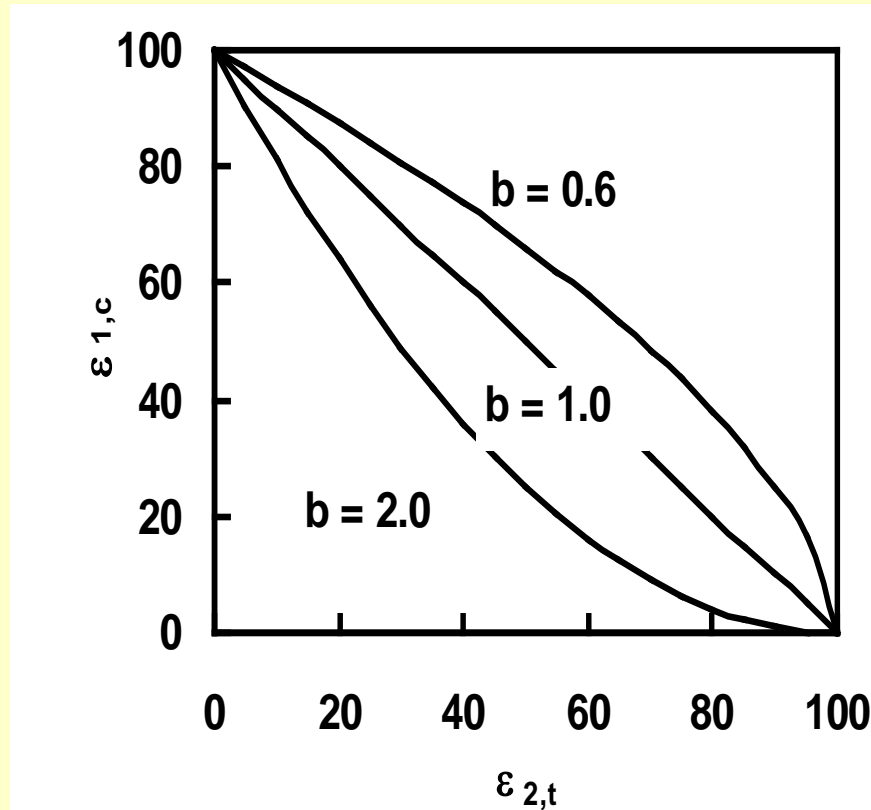
Równoważne postacie wskaźnika a
to wskaźniki A oraz F

$$a \cdot A = 100$$

$$a = \frac{FF}{2F - 100}$$

GLOBALNY WSKAŹNIK SELEKTYWNOŚCI WZBOGACANIA b

$$\varepsilon_{1,c} = (100 - \varepsilon_{2,t})^b / 100^{(b-1)}$$



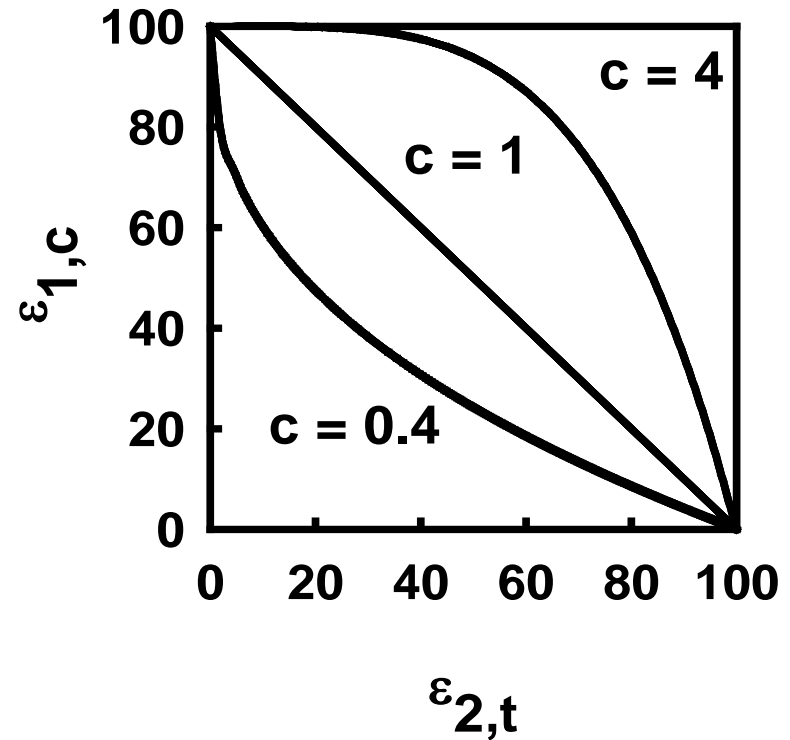
$b \geq 0$, $0 \leq b \leq 1$ upgrading in concentrate

$1 \leq b \leq \infty$ upgrading in tailing

$b = 1$ no upgrading, $b = 0, \infty$ ideal upgrading

GLOBALNY WSKAŹNIK SELEKTYWNOŚCI WZBOGACANIA c

$$\varepsilon_{1,c} = (100^c - \varepsilon_{2,t}^c) / 100^{(c-1)}$$

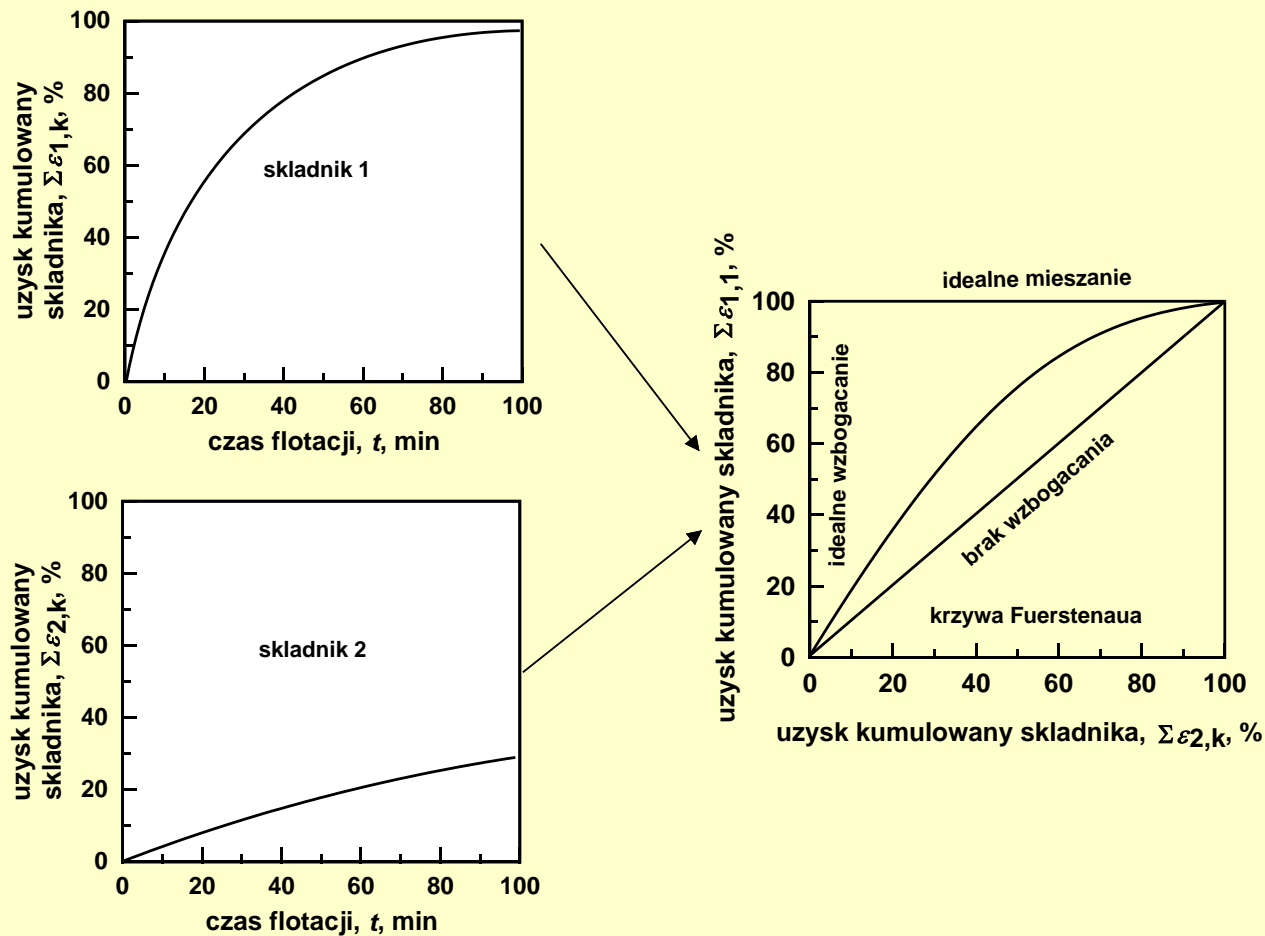


$c \geq 0, 0 \leq c \leq 1$ upgrading in tailing

$1 \leq c \leq \infty$ upgrading in concentrate

$c = 1$ no upgrading, $c = 0, \infty$ ideal upgrading

Krzywe wzbogacania Fuerstenaua oparte są o kinetykę flotacji



Krzywa Fuerstenaua obrazująca wyniki flotacji wynika wprost z kinetyki flotacji składników nadawy

idealne
wzbogacanie
(pełne
uwolnienie)

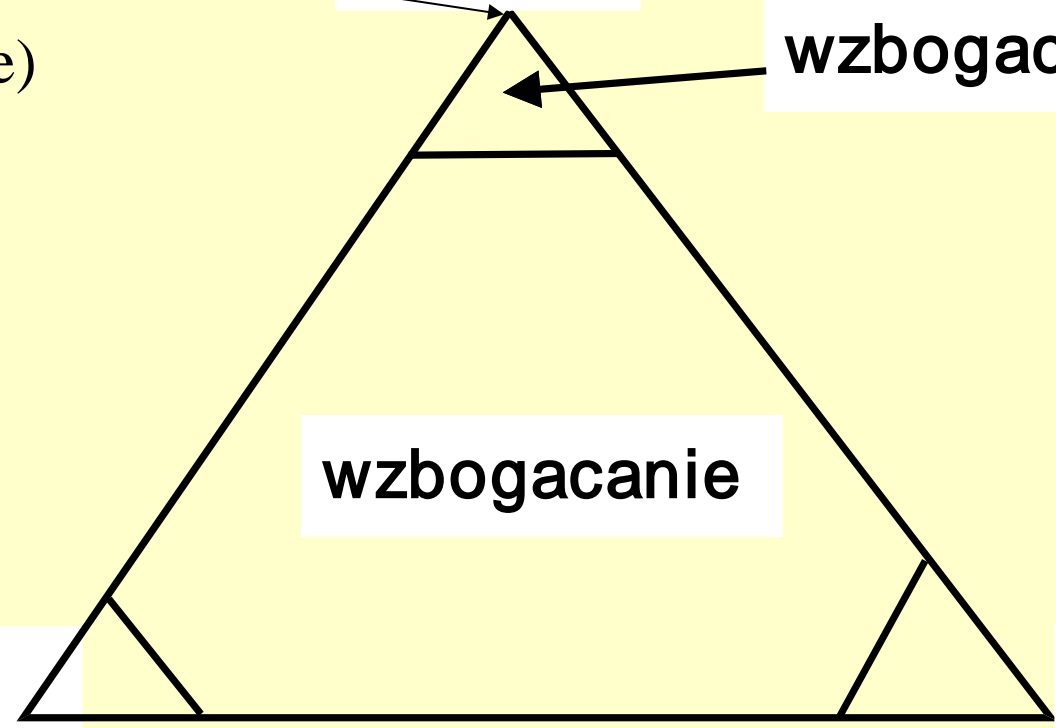
wpływ
rudny

wzbogacalność

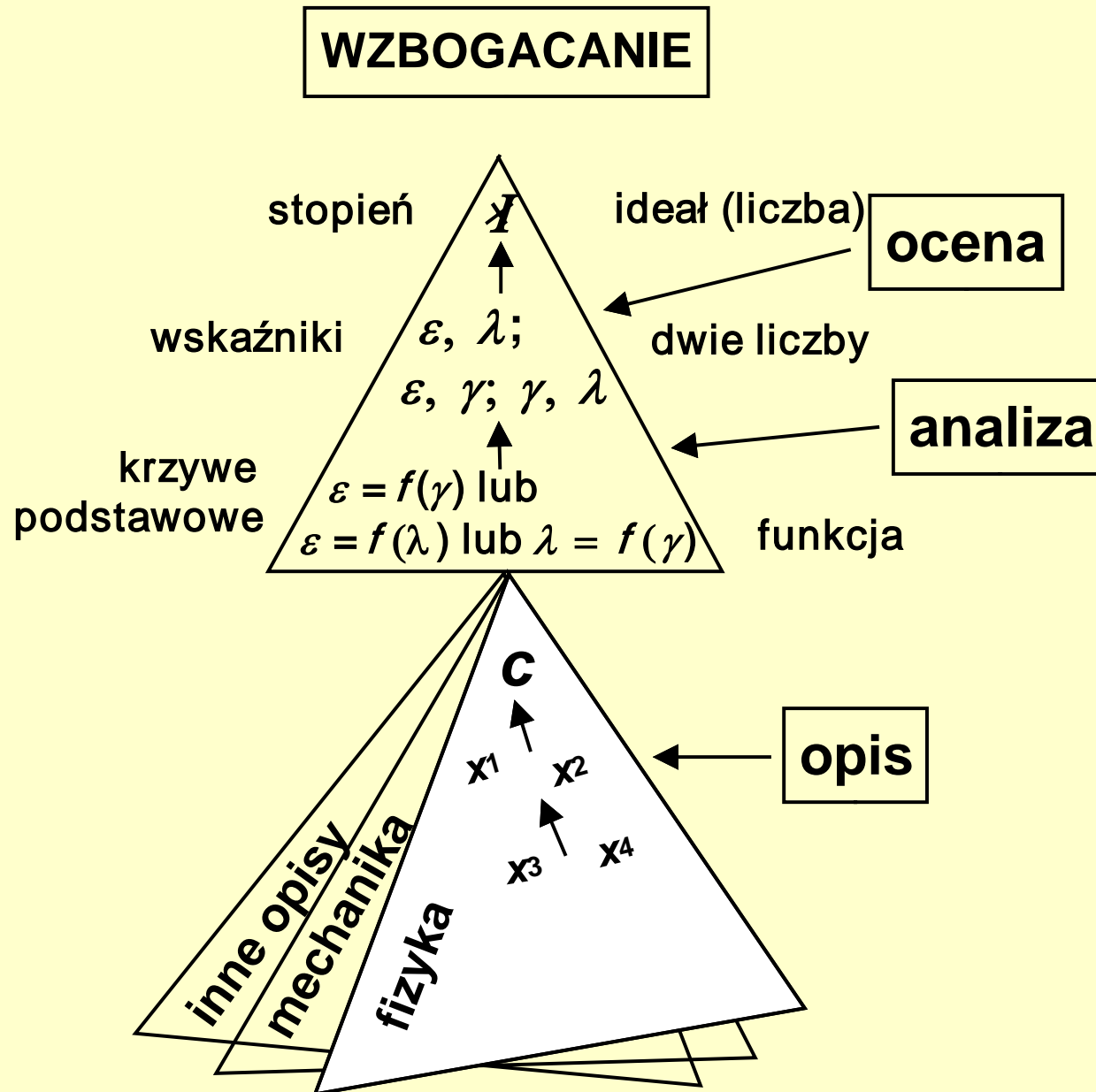
wzbogacanie

wpływ
separatora

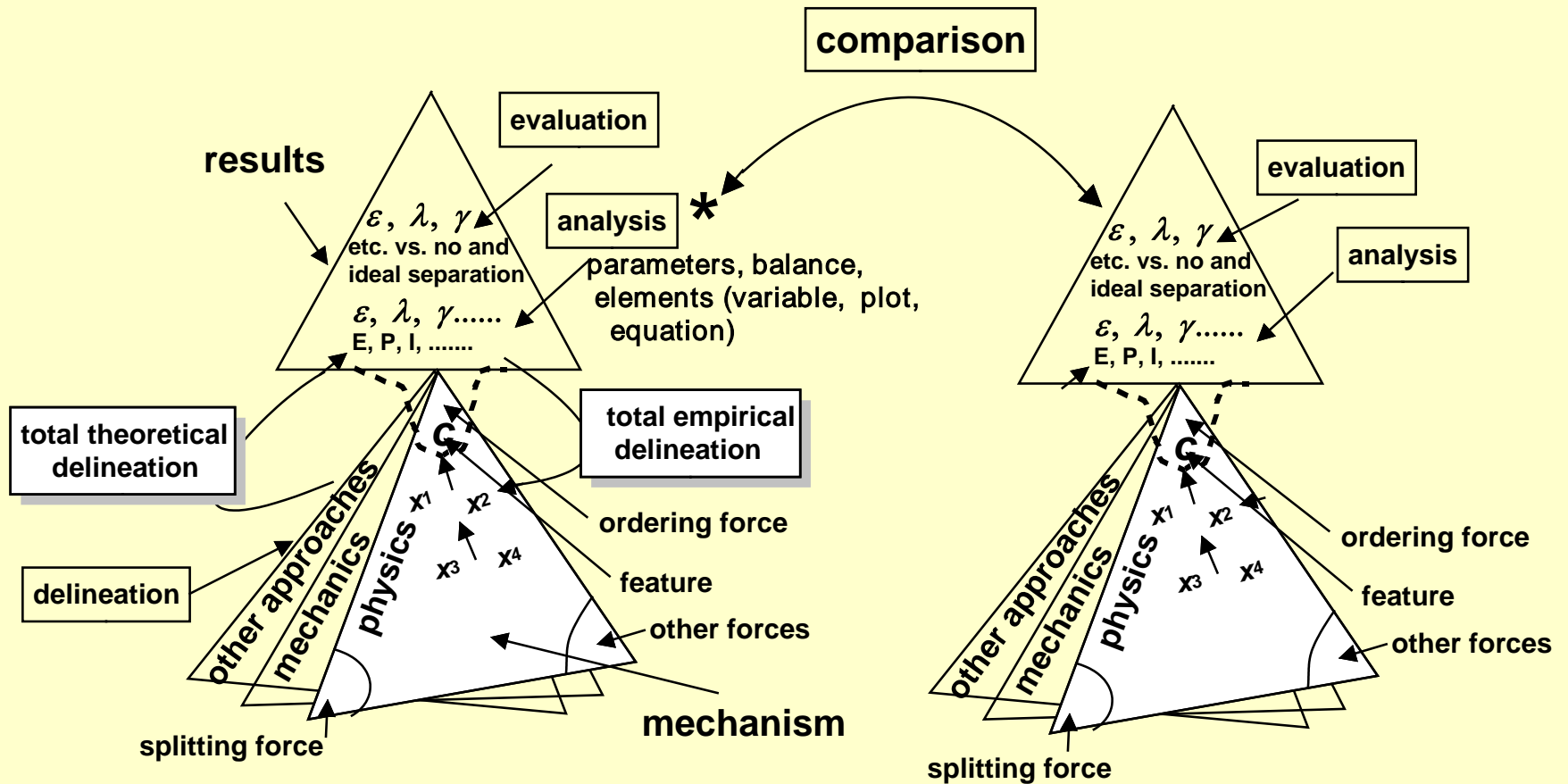
inne
wpływy



Podsumowanie

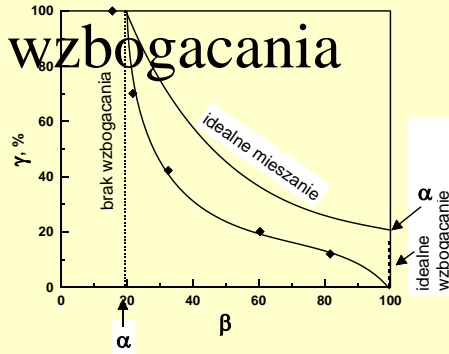


Porównywanie (ocena) wyników wzbogacania



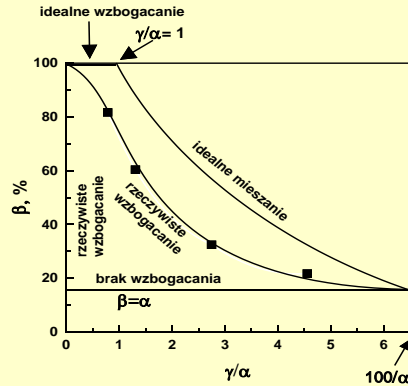
Atlas krzywych wzbogacania

krzywa Henry'ego
(Henry, 1905; Reinhardt, 1911)



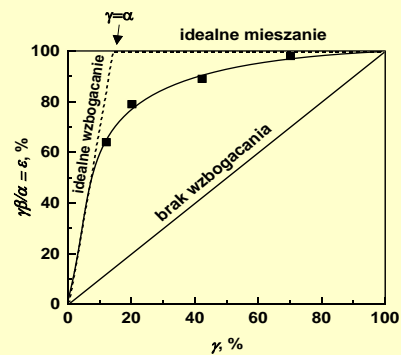
a)

krzywa Henry'ego III



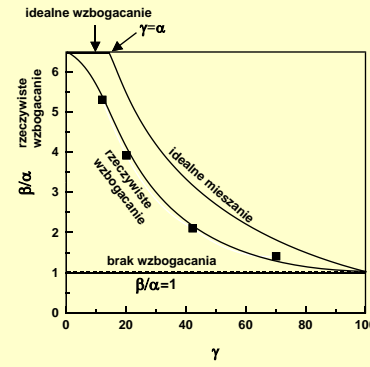
c)

krzywa Mayera II (Stępiński, 1952, 1964, 1965,
Nixon and Moir, 1956/7)



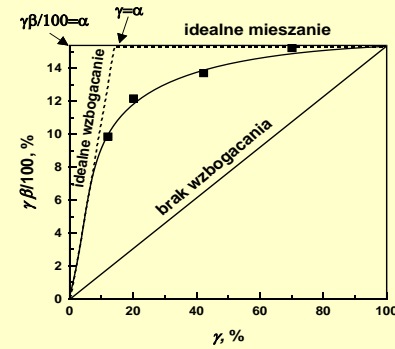
e)

krzywa Henry'ego II
(Holland-Batt, 1985)



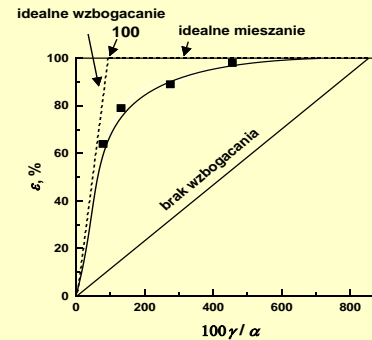
b)

krzywa Mayera I (oryginalna krzywa)
(Mayer, 1950, 1951, 1952a, 1952b; Stępiński,
1952, 1964, 1965; Tarjan 1981)



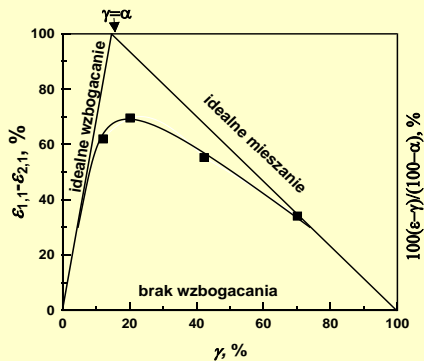
d)

krzywa Mayera III (krzywa Della)
(Dell, 1953, 1961, 1969, 1972)



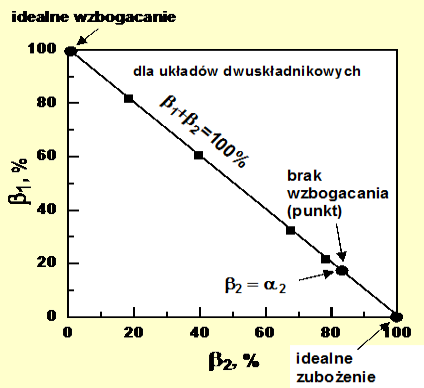
f)

krzywa Holland-Batta
(z parametrem Hancocka)
Holland-Batt, 1985)



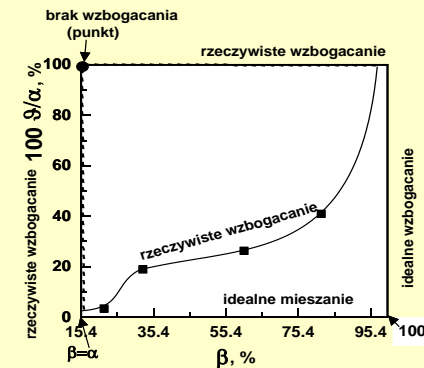
g)

krzywa beta-beta
(Hall, 1971)



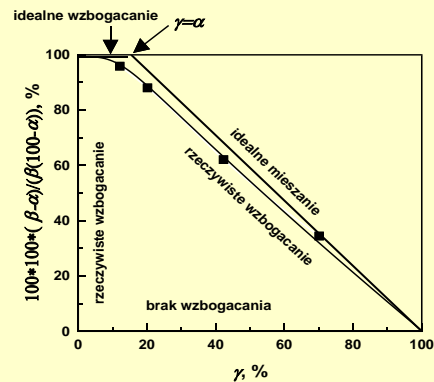
i)

krzywa Stępińskiego II



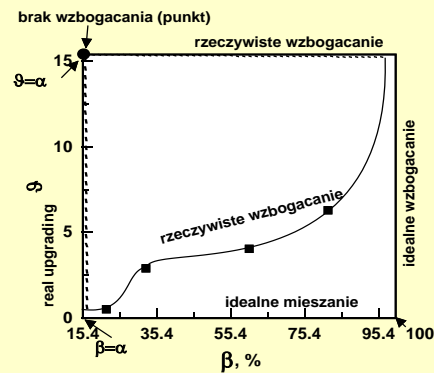
k)

krzywa Holland-Batta (β)
(Holland-Batt, 1985)



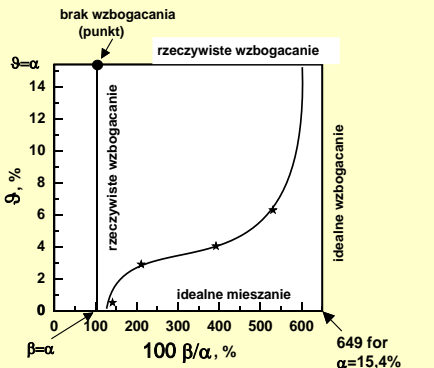
h)

krzywa Stępińskiego I
(Stępiński, 1955, 1958; Pudło, 1957)



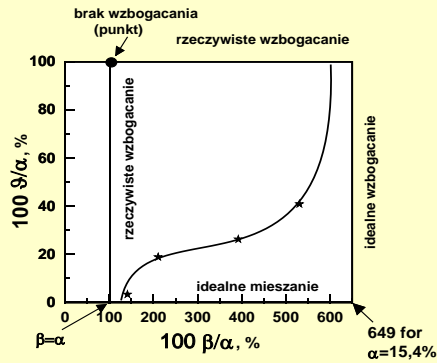
j)

krzywa Stępińskiego III

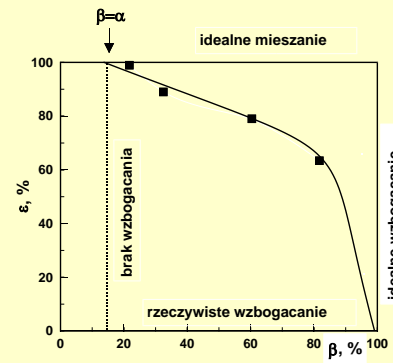


l)

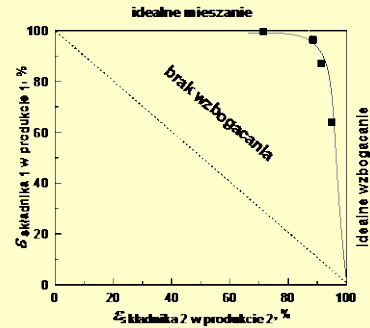
krzywa Stępińskiego IV
(Pudło, 1971)



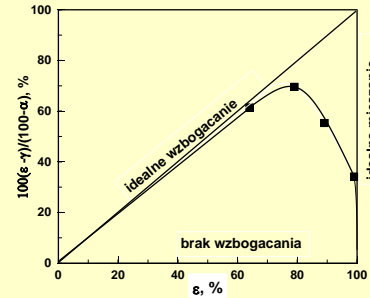
krzywa Halbicha
(Halbich, 1934)



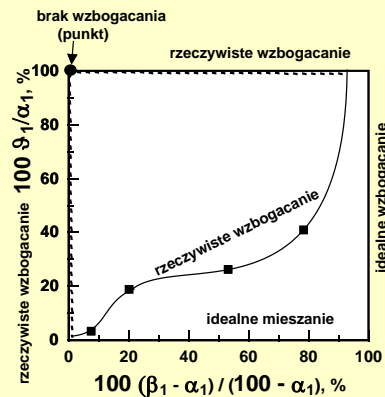
l)
krzywa Fuerstenau
(Fuerstenau et al., 1988/92)



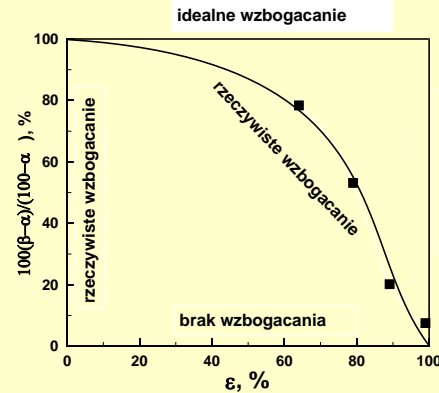
m)
krzywa Fincha
dawniej Łuszczkiewicza
(Finch, xxx, Łuszczkiewicz, 2002)
($E = \varepsilon_{1,1} - \varepsilon_{1,2} = 100 (\varepsilon_{1,1} - \gamma) / (100 - \alpha) = \dots$)



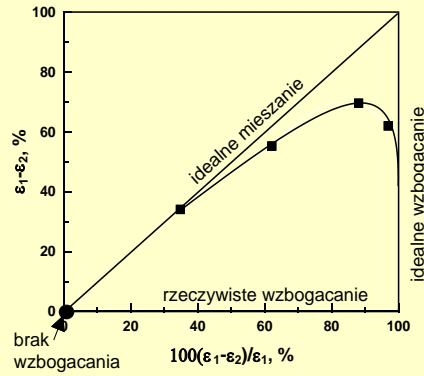
n)
krzywa Stępińskiego V
(Drzymała, 2005)



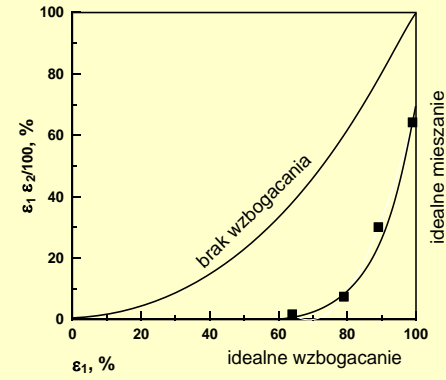
o)
krzywa Halla
(Hall, 1971 (podobnie dla $100(100 - \beta)/(100 - \alpha)$ jako funkcja ε)



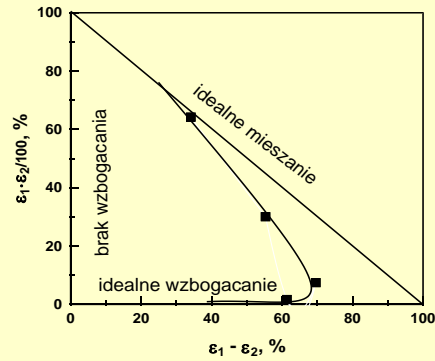
p)
krzywa Correa
(Correa et al., 2007)



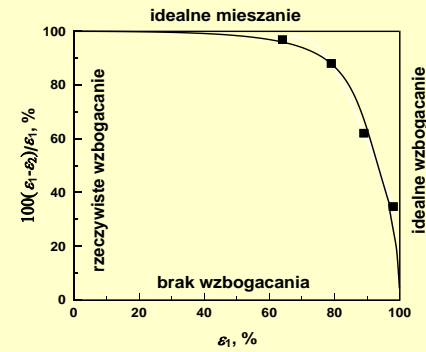
r)
krzywa oparta na indeksie Fomienki (1957) $\varepsilon_1 \varepsilon_2$



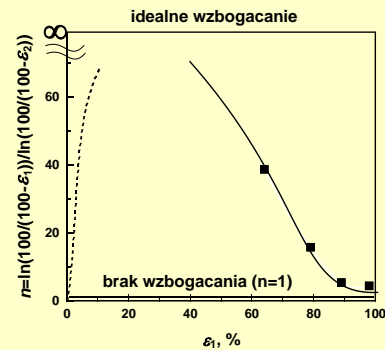
s)
krzywa oparta na indeksie Fomienki (1957) $\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$
i Hancocka $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$



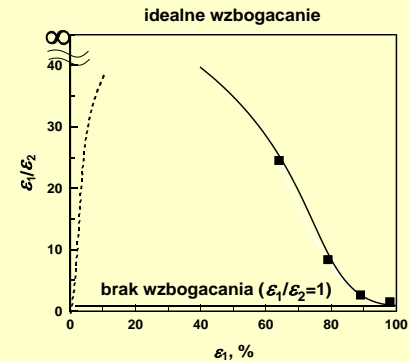
t)
krzywa Correa, 2007



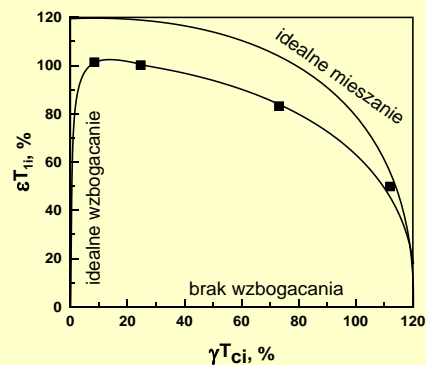
u)
krzywa Bielogłazova I
oparta na indeksie n (Bielogłazov, 1947; Petrova
i Boteva, 2006)



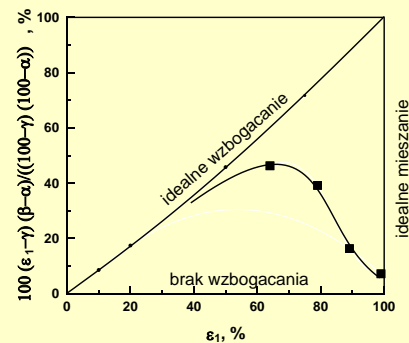
v)
krzywa Bielogłazova II
oparta na indeksie $\varepsilon_1 / \varepsilon_2$ (Ulewicz et al., 2001)



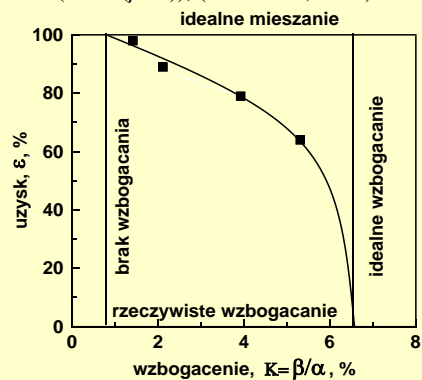
w)
krzywa MDTW
(Drzymała et al., 2007)



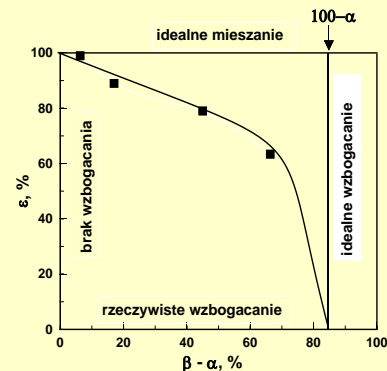
x)
krzywa oparta na indeksie Hu Wei bai i Li
(Hu Wei bai, 1975; Li Jierong, 1982)



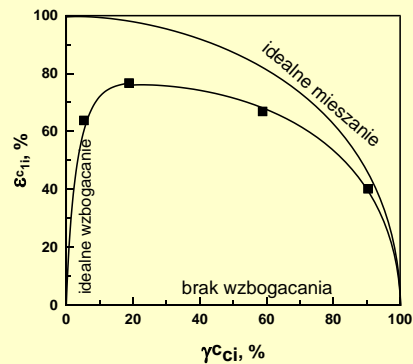
y)
krzywa Halbicha II
krzywa uzysk = f (stopień wzbogacenia)
($\epsilon = f(\beta/\alpha)$), (Vera et al., 1999)



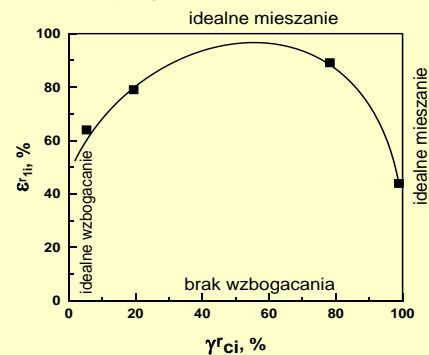
z)
krzywa Halbicha III
(Wieniewski, 1988; 1990; Jawien i Jasiewicz, 1995) ($100\% - \epsilon = f(\beta - \alpha)$ lub $\epsilon = f(\beta - \alpha)$)



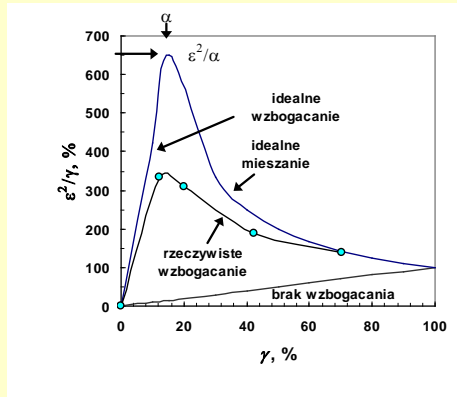
a')
krzywa MDTWc
(Drzymała et al., 2007)



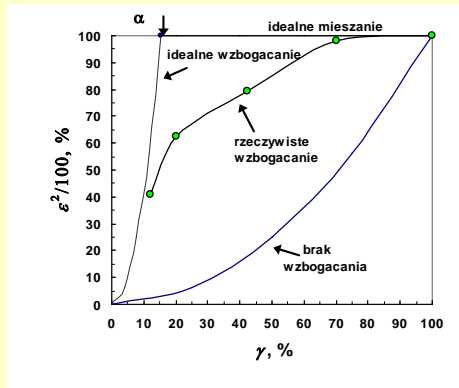
b')
krzywa MDTWr
(Drzymała et al., 2007)



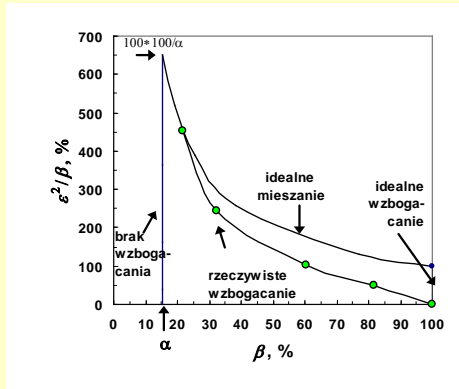
c') krzywa Mierzickiego γ
(Mierzicki, 2003*)



e')

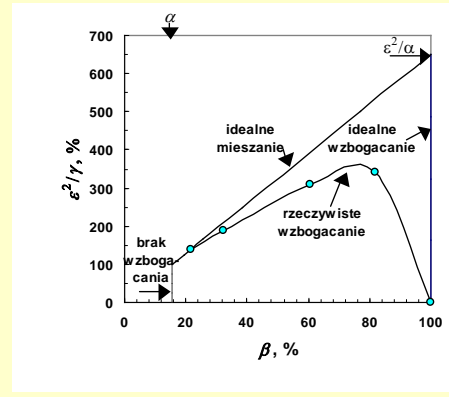


g')

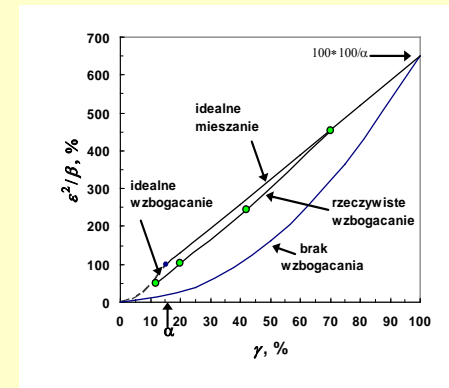


i')

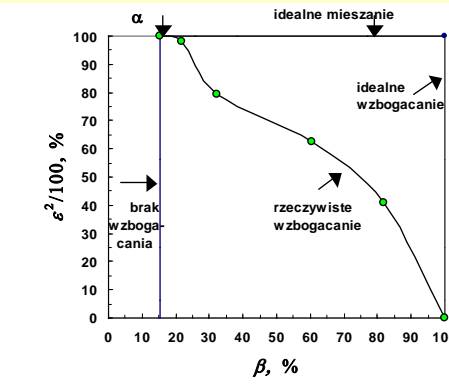
d') krzywa Mierzickiego β
(Mierzicki, 2003*)



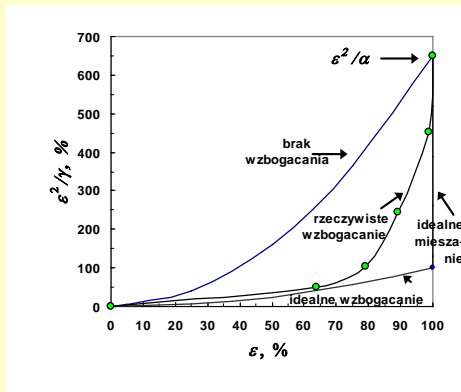
f')



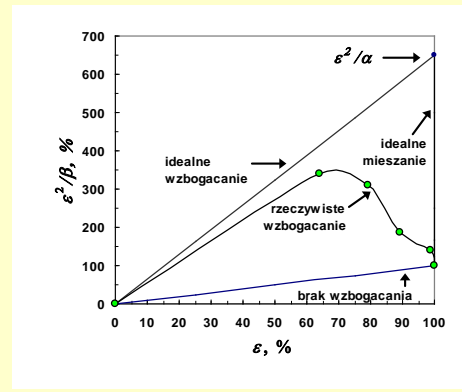
h')



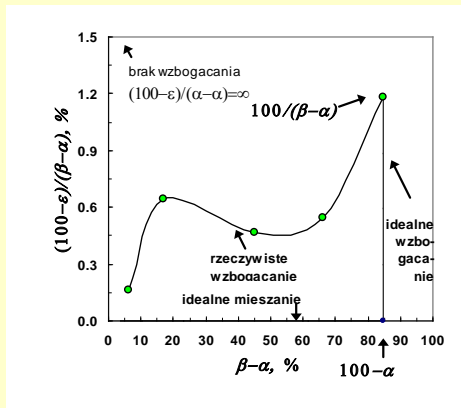
j')



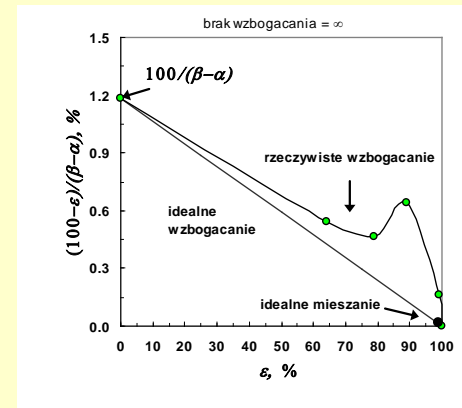
k')
krzywa Madeja
(Madej, 1978)



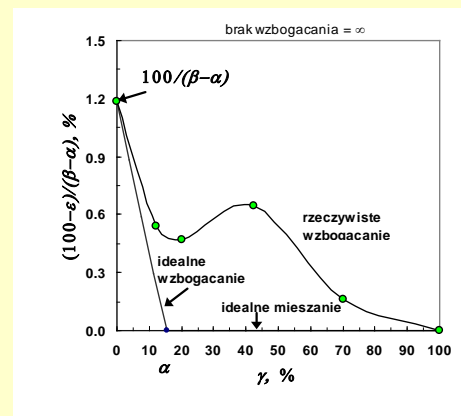
l')



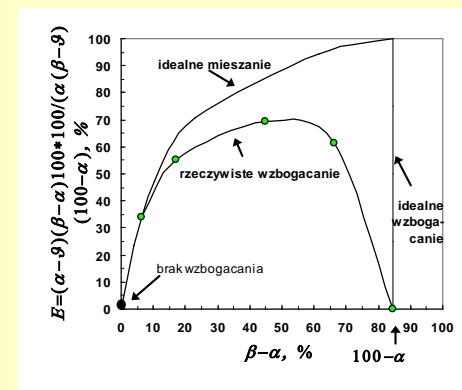
p')



m')
krzywa Hancocka – Madeja
(Madej, 1978)



n')



o')